Digitized by Google

BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIV
C
57
NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

MICHAELIS HAVEMANNI

GEOMETRIA

COMPENDIOSE ADORNATA.

OLIM IN CELEBERRIMA ROSARVM A-
CADEMIA SCRIPTA ET PROPOSITA,
nunc autem in gratiam Studioſo-
rum edita.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

FRANCOFURTI AD MOENUM.
Impenſis THOMÆ MATTHIÆ GÖTZII,
Typis CASPARIS RÔTELII.

ANNO M.DC. L.

JUVENIBUS

Generoſis ac Nobiliſsimis

Dn. CVNRADO CHRISTOPHORO
Dn. JOHANNI FRIDERICO
à Königsmarck.

FRATRIBVS

Fautoribus & amicis honorandis,

Gratiæ divinæ ſuavitatem,

Animæ corporiſque ſanitatem,

Studiorum, actionumque felicitatem.

GEneroſi ac Nobiliſſimi Juvenes, Fautores honorandi, Scientias Mathematicas, inter omnes ſcientias Philoſophicas familiam ducere, philoſophorũ principes, ac genuinæ philoſophiæ Atlantes, vno ore concorditer aſſeruerunt omnes; Neq; hoc dicis gratiâ, & ſine fundamento. In his enim ſcientijs Sicula invictiſſimarum demonſtrationum leges eſt, quib. nullum humanum ingenium, vnquam arietem aliquem intorquere poteſt, quo titulo, vix pari paſſu, cæteræ fori philoſophici divæ, cum his incedere merentur. Subtiles hæ ſunt ſcientiæ, quæ ingenia turbida ac plumbea, nullo negotio ab acutis & æthereis ſequeſtrant. Tam neceſſariæ hæ ſunt ſcien-

tiæ,vt,ſi intermorerentur, illico malâ Metamorphoſi in beſtiam degeneraret homo, tam audax naturæ miraculum, temporis & æternitatis Horizon. Nil enim numeraret, decurrentia tempora vix penſi haberet, prçteritum ac futurum vno coagulo abſorberet, æthereos motus, & itinera ſtellarum, ſacratâ lucis amœnitate ſupremum Mundi laquear coronantium, non intelligeret, latum cũ longo, longum cum craſſo miſceret, vno verbo, habitaret in Mundo, ſicut Toucan & Manucodiata in aere, quemadmodum Giraffa & Armadillo in terra, & piſces volitantes in magno Oceano. Chronologia, Hiſtoria, Phyſica, Medicina, Nautica, ſine Matheſi, ad phtiſin irent & maraſmum. Jucundæ ſunt hæ ſcientiæ, quibus adjuti Solis ac Lunæ labores prænoſſe poſſumus, ijſq; locum ac horam figere, quando & in quo cœli loco, etiam poſt ſeculum ſint orituri. Patent nobis omnes aſtrorum ſemitæ, absq; noſtro ſcitu, nulla ſtellula oriri poteſt & occumbere, etiam ſtata die, cùm nulla in æthere liquido viſitur. His fulti ſcientijs, ad Indos navigamus, omnia Regna, populos; Urbes oculo ſupponimus. Altitudines, profunditates, diſtantias metimur, jugera ac quaſvis planities delineamus, & menſuramus, Pondera levamus, quç nullius corporis robur aliàs loco movet, viſionis errores emendamus. Suaves

ves conſonantias edimus, vrbes & arces architectamur cũ amœnis palatijs. Et quis omnia vno diſcurſu complecteretur, quibus Mathematicæ Scientiæ optimis ingenijs blandiuntur? Cæterùm, in ſtudijs Mathematicis tam arduis, ſubtilibus, jucundis, nemo feliciter progredi poterit inoffenſo pede, niſi ad certas bonæ methodi leges examuſſim ſe conformaverit. Ab Arithmetica & Geometria qui gratiam inivit, hic planam ſibi viam ſtravit, ad abditos cæterarum ſororum receſſus. Geometria apud Ægyptios, ob Nili inundationem, agrorum limites limo obliterantem, in delicijs fuiſſe creditur, ſi quando Proclo creditur, ſicuti Arithmetica apud Phænices, Viros Mercuriales, mercimonijs comprimis deditos. Geometria autem rudis tunc erat, & faſcijs involuta, quia nativam primis cultoribus faciem invidebat. Poſtea compta prodijt, multis inventis & demonſtrationibus acutiſſimis collocupletata. Qui negotio operam dabant, Pythagoras Anaxagoras Clazomenius, Hippocrates Chius, Plato, Oenopides, Zenodorus, Brito, Antipho, Theætetus, Ariſtarchus, Eratoſthenes, Architas Tarentinus, Euclides, Serenus, Hypſicles Alexandrinus, Archimedes Syracuſius, Apollonius Pergæus, Theodoſius Tripolita, Theon Alexandrinus, Ptolomæus Pappus, Proclus, & alij è veteribus,

vt recentiores ſicco prætercam pede, inter quos Clavius principem ſibi vendicare videtur locum, ſive quis ſpectet eruditiſſimas hujus viri commentationes in Euclidis libros, ſive Geometriam, quam ſcripſit, practicam. Ad iſtiuſmodi prolixas & ingenioſas lucubrationes, cum fructu nemo ablegatur, niſi jam ante compendium aliquod Geometricum ſibi reddiderit familiare, quod ſi neglexerit, ſuper ſabulum palatia exſtruit, & valdè malè

---- Carthaginis altæ
Fundamenta locat--

Quandoquidem itaq; Magnus veſter Parens, à me poſtulavit, vt vobis præſcriberem methodum, facilem, ac compendioſam ſemitam, quàm tutò in ſtudijs veſtris ſequi poſſetis, forſan ideo, quia de Amuſio meo, vel Cynoſura ſtudioſorum aliquid ab alijs audiverat, lubens in re tam honeſta ipſi gratificari volui, ac debui, quemadmodum bonis operibus ſuccenturiari non neſcio, floridam & ad alta natam juventutem, in linguarum ac diſciplinarum ſtadio alacriter currentem, omni conatu juvare ac dirigere, vt Deo, & publico bono poſtidea poſſint prodeſſe, vt vt affectus apud nonnullos ebulliens, hanc meam curam in partem forſan rapuerit ſequiorem. Sed ego fumum hunc è ſcobe ac ſcorijs natum ſuſq; deq; habeo, qui probè ſcio, illos,

Digitized by Google

illos, qui nunquam in Scholis docuerunt, nullum ſpecimen de juventutis informatione in publicum miſerunt, ſpeciebus ſuis intentionalibus, & conceptibus, ſub pia cerebri matre vnicè inhærentes, optimos eſſe ſtudendi cenſores. Nam, qui quadrãtem ad cœlum dirigere non didicit, quidni omniũ cœlorum ambitum feliciter menſuraret, & ſexti Poli altitudinem exploraret. Vos juvenes Generoſi, optimè noſtis, quâ Methodo iveritis ad lingvæ latinæ idiotiſmos, ſuccum ac cremorem, quibus loquendi & ſcribendi exercitijs promptitudinem acquiſiveritis, vt ſenſim ad Rhetoricæ & oratoriæ Sacraria admiſſi ſitis, nam ab imis per gradus intermedios, eundum eſt ad ſumma. Cumq; ſcientiarum Mathematicarum amore ita inardeſcatis, vt hos ignes Ægyptiorum Nilus, Indorumq; Ganges vix extinguerent, fervidos hos ac laudabiles conatus, quos deditâ operâ hactenus ſufflaminavi, in carcerem prorſus compingere nolo.

Itaq; exhibeo vobis Compendium hoc Geometricum, quod olim in illuſtri Academia Roſtochienſi propoſui, nunc autem ex volitantibus Sybillæ folijs conquiſivi, & in hanc, quam videtis, ſtructuram diſpoſui, ex quo fundamenta hujus ſcientiæ, facili negotio haurire poteſtis. Hoc quicquid eſt ſcripti, vt ſerenâ fronte, & tanquam μνημόσυνον no-

ſtrarum exercitationum Stadenſium accipiatis, meq́;, quod ſemper feciſtis, ametis; per vos rogo amanter. Deus noſter, excitata veſtra ingenia, diu in eo vigore ſervet, corporis robur ſtatuminet, vitæ rivulum decurrere ſinat ad ætatem grandem ac provectam, voſq; omni felicitate beet ac cumulet. Quibus votis annuat æternus luminum Pater, à quo omnia bona depluunt in omnes creaturas, corporeas & à corporum conſortio adjunctas. STADÆ, è Muſeo, vltimo Novembris die. Anni CIↃ IↃ CXLVIII.

G. G. V. V.

Studioſiſſimus

MICHAEL HAVEMAN,
M.R. Miniſterii Stadenſis
Senior.

GEO-

Digitized by Google

GEOMETRIÆ THEORETICÆ

PARS PRIMA

OCCUPATA IN PLANIS.

GEOMETRIÆ THEORETICÆ

Liber I.

CAPUT I.

De Indole Geometriæ.

Geometria Theoretica & ſcientia, qua contemplatur magnitudinem, quæque his accidunt figuras.

Vocabulum, *Geometria*, enixa eſt lingua Græca. Nam vox γαῖα, & contracta γῆ ex γέα, ſignificat terram. Vox μετρεῖν, eſt menſurare. Hinc nata vox compoſita. Γεωμετρεῖν quæ idem eſt, ac ſi dicas terram menſurare. Geometria igitur, ex fonte Derivationis conſiderata, diceretur ſcientia quæ terram docet dimetiri. Verum, ſi vulgatum iſtud vocabulū, *Geometria*, juxta originem ſtrictè uſurpetur, anguſtius eſt, nec divinæ huic ſcientiæ tribui meretur, quippe, quæ non dumtaxat in telluris menſuratione occupata eſt, ſed linearum, angulorum, figurarum, corporumque ſolidorum indolem ac proprietates, ingenioſè interpretatur. Et ſic non tantum in terra, ſed etiam in aëre ſpatioſiſſimo, in aqua ac æthereis corporibus, uſum habet excellentem. Imo, vox μετρεῖν, non ſolum ſignificat, rei quantæ ſeu materiatæ longitudinem, latitudinem & craſſitiem, cæteraque hujus cenſus, in uſitata ac definita menſura inveſtigare, adminiculo inſtrumenti cujusdam Geometrici, & calculi Arithmetici. Hinc ſignificatus, potiſſimum famulatur Geometriæ Practicæ. Verum etiam notat, rei menſurabilis ingenium ſcrutari,

Digitized by Google

ejus adfectiones contemplari ac demonſtrare, adhibitis figuris, artificiosè delineatis. Hæc ſignificatio vocis, μετρεῖν huic loco magis eſt congrua & affinis, quam prior illa.

Geometria non immeritò ſcientia definitur, & inter ſcientias Philoſophicas nobilem ſibi vendicat locum. Prompta enim ac compta eſt, principiorum evidentiâ, affectionum varietate, demonſtrationum certitudine & quod conſectarium eſt, decretis apodicticis. Sagaciter iſtud ſuo ævo odoratus eſt, Philoſophorum numen, ac Mundi lumen Ariſtoteles. Quamobrem in poſterioribus Analyticis, jam hic, jam alibi, exempla Geometrica, & alia hujus farinæ mathematica, in ſcenam deditâ protraxit operâ. Videte sûltis l.1. poſter. Analyt. c. 8. text. 24. c. 4. text. 9. text. 11. Ite conſultum, ſi lubet. Tolet. Zabarell. Ruvium: Balforeum, & alios, qui in iſta loca ſunt commentati.

Sub ancipiti hærere poſſet. Cur Geometria ſcientia Theoretica vocetur. Cum non dumtaxat theoremata, iſtud eſt, tales propoſitiones proponat, quæ nudâ cognitione ſunt contentæ, vel, in quibus aliquid ineſſe, vel non ineſſe demonſtratur. Exempli gratiâ. Omnis trianguli duo anguli, duobus rectis ſunt minores. Omnis trianguli majus latus, majorem angulum ſubtendit. Quæ propoſitiones ſunt Theoremata. Verum etiam excurrat ad iſtiuſmodi propoſitiones, quæ aliquid efficere jubent, quod nondum eſt. Exempli gratiâ. Angulum datum bifariam dividere. Super datam rectam, Triangulum æquilaterum conſtruere. Hæ propoſitiones ſunt Problemata.

At, Reſponſio eſt facilis. Geometria problemata proponit propter theoremata, ut horum demonſtrationes facilins abſolvat, & ſic ea, quæ molitur opera, ad contemplationem unicè dirigit, nec extra contemplationis livas ac limites vagatur. Quamobrem in familia ſcientiarum permanet, eâque jure eximi, nullo modo poteſt.

Objectum Geometriæ eſt quantitas continua. Hujus tres ſunt ſpecies. *Linea, ſuperficies ac corpus.*

Geometria, in Epipedometriam ac ſtereometriam dividitur. Epipedometria contemplatur figuras & magnitudines planas, abſolviturque ab Euclide libris ſex prioribus. Stereometria corpora conſiderat, & ab Euclide tractatur Element. lib. 11. 12. 13. 14. 15.

Dubium hic, annuente Lucinâ enaſcitur ad hanc faciem. Tres ſunt quantitatis continuæ ſpecies. *Linea, ſuperficies & corpus.* Ergo etiam

Digitized by Google

iam Geometria interſtingui debebat in tres partes. Harum prima in lineis eſſet occupata: ſecunda in ſuperficiebus; tertia in corporibus. Hac lege, ſuavi methodo ſtarent, ſeque invicem amabili vultu reſpicerent. Grammimetria lineis; Epipedometria ſuperficiebus; Stereometria corporibus deſtinata. Verum, hunc arietem proſtravit Proclus his armis. Geometria, inquit, propriè circa figuras verſatur. Figuræ autem omnes, vel in planis, vel in ſolidis viſuntur. Lineæ & puncta nuda, figuram non conſtituunt, quia ſpacium non complectuntur. Ergo Geometria aliter interſtingui vix ſuſtinet.

Interim tamen Geometriæ diviſio, in partem communem & propriam eliminari nequit. Sed aliam faciem indueret, ſi ductum hujus diviſionis ſequi vellet.

CAPVT II.

De Principiis Geometricis.

P*Rincipia Geometrica.* Intellige principia cognitionis, vel fundamenta, quæ in cognitionem rerum Geometricarum nos ducunt. *Hæc ad tres claſſes divertunt. Ad primam abeunt Definitiones, quibus exponũtur negotia Geometrica, ne obſcuritas vel ambiguitas in Paralogyſmorum Syrtes abripiat cum navibus Ænea.* Sic beneficio Definitionum innoteſcit, quid ſit punctum Mathematicum, quid linea, figura angulus, Triangulum, Rhombus, Rhomboides, & ſic conſequenter. Quæ definitiones ſuis locis nativis ſequentur.

Ad ſecundam ſpectant, Αἰτήματα ſeu Poſtulata, quæ in ſcientia tam ſunt luculenta, ut nullâ confirmatione indigeant, ſed nudum auditoris adſenſum poſtulant, ne poſtea in demonſtrando ulla ſuffruticetur difficultas, quæ jam liberè ac ingenioſè currentem ſufflaminet diſcurſum.

Ad tertiam referuntur Axiomata ſeu Dignitates, quæ ſunt communes notiones, quæ tam ſunt robuſtæ & perſpicuæ, ut nemo in univerſo Mundo, ijs poſſit contradicere, niſi is, qui è poteſtate mentis infeliciter exivit, ſuiipſius neſcius, & qui id operâ dat, ut cum recta ratione inſaniat. Contra quos diſputare, eſt Æthiopem in Angola lavare aquâ marina, ut albeſcat, & ſic cum Salutatore Auguſti, operam perdere & oleum.

Digitized by Google

POSTVLATA.

I.

Primò poſtulatur, ut à quovis puncto ad quodvis punctum lineam rectam ducere concedatur. Jure merito poſtulanti hoc conceditur, quandoquidem duo puncta, immediatè ſibi invicem ſuccedere & uniri nequeunt, ſed neceſſariò intermediam lineam requirunt.

II.

Secundò poſtulatur, ut lineam rectam terminatam, in continuum rectâ producere, vel lineam rectam ulterius, ad ductum, quo cœperat, extendere permittatur. Et hoc petenti Geometræ concedi poteſt, cum linea mathematicè conſiderata, non habet magnitudinem determinatam, quæ aliundè accedit.

III.

Tertiò poſtulatur, ex omni centro & intervallo, ad lubitum deſcribere circulum.

ANNOTATIO.

Tria iſta poſtulata, à viris Geometris hodiernè ita recenſentur. Videntur tamen extra hæc, alia nonnulla occurrere, quæ æquè concedi & poſtulari merentur. Exempli gratiâ.

Ad datum punctum, data rectæ æqualem conſtituere.

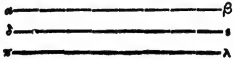
Datis duabus lineis rectis inæqualibus, à majore minorem auferre.

Duo iſta apud Euclidem extant lib. 1. Element. prop. 2. & 3. Nec abs re forſan erit, in poſtulatorum familiam iſta recipere. Quia æquè, adminiculo regulæ & circini perficiuntur, ac tria reliqua. Nec puto Euclidem, ſuis poſtulatis aliud quid voluiſſe, quam uſum duorum inſtrumentorum mechanicorum, regulæ & circini ſibi concedi, quibus adjutus, in deſcriptione ac demonſtratione ſuorum ſchematum liberè poſſet progredi.

AXIOMATA.

I.

Quæ eidem ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia. Et quod uno æqualium majus eſt aut minus, majus eſt aut minus altero æqualium.



Habes

Digitized by Google

Habes hic duas lineas, $\alpha\ \beta$, $\pi\ \lambda$, quæ ſunt æquales, lineæ intermediæ, $\delta\ \epsilon$, Ergò æquales ſunt inter ſe.

μ ——————————— ν

σ ———————— τ

Habes hic iterum lineam $\mu\ \nu$, quæ major eſt priore lineâ intermediâ $\delta\ \epsilon$, vides etiam lineolam $\sigma\ \tau$, quæ minor eſt eadem lineâ $\delta\ \epsilon$. Ergo linea $\mu\ \nu$, major eſt lineis $\alpha\ \beta$, $\pi\ \lambda$. & lineola $\sigma\ \tau$, iisdem minor eſt.

II.

Si æqualibus æqualia adjecta ſunt, tota ſunt æqualia.

σ ———————— o α ——— ι

μ ———————— φ π ——— κ

Adde lineis æqualibus $\sigma\ o$, $\mu\ \varphi$, lineolas æquales $\alpha\ \iota$, $\pi\ \kappa$. Linea tota ex $\sigma\ o$ & $\alpha\ \iota$, compoſita, erit æqualis lineæ $\mu\ \varphi$ & $\pi\ \kappa$ junctis. Adde duobus ſenariis duos binarios, æqualibus numeris æquales numeros, reſultabunt duo octonarii ſibi æquales.

6 ———— 2 ——— 8

adde

6 ———— 2 ——— 8

III.

Si ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur ſunt æqualia.

α ———————— β | —— λ

δ ———————— ϵ | —— ω

Auferà lineis integris $\alpha\ \beta\ \lambda$, $\delta\ \epsilon\ \omega$, inter ſe æqualibus, æquales particulas $\beta\ \lambda$, $\epsilon\ \omega$, remanent lineæ decurtatæ $\alpha\ \beta$, & $\delta\ \epsilon$ æquales. Vide exemplum in numeris.

6 ————. —— 2 ——— 4

aufer remanent

6 ———— —— 2 ——— 4

IV.

Si inæqualibus æqualia adjecta ſint, tota ſunt inæqualia. Et ſi æqualibus, inæqualia adjecta ſint, majori majus minori minus, tota ſunt inæqualia, illud majus & hoc minus, utrumque patebit illico in numeris.

Inæq. $\left\{\begin{matrix}5\\6\end{matrix}\right\}$ adde æqual. $\left\{\begin{matrix}2\\2\end{matrix}\right\}$ reſult. inæqual. $\left\}\begin{matrix}7\\8.\end{matrix}\right.$

Digitized by Google

$$\text{Æqual.}\begin{Bmatrix}6\\6\end{Bmatrix}\begin{matrix}\text{adde}\\\text{inæq.}\end{matrix}\begin{Bmatrix}3\\2\end{Bmatrix}\begin{matrix}\text{reſult.}\\\text{inæqual.}\end{matrix}\left\{\begin{matrix}9\\8\end{matrix}\right.$$

V.

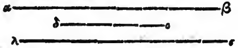
Si ab inæqualibus æqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia. Et ſi ab inæqualibus inæqualia ablata ſint, à majori minus, & à minori majus, reliqua ſunt inæqualia, illud nimirum majus & hoc minus. Vide exemplum in numeris.

$$\text{Ab inæq.}\begin{Bmatrix}6\\5\end{Bmatrix}\begin{matrix}\text{auſer}\\\text{æqual.}\end{matrix}\begin{Bmatrix}2\\2\end{Bmatrix}\begin{matrix}\text{reman.}\\\text{inæq.}\end{matrix}\left\{\begin{matrix}4\\3\end{matrix}\right.$$

$$\text{Ab inæq.}\begin{Bmatrix}6\\5\end{Bmatrix}\begin{matrix}\text{auſer}\\\text{inæq.}\end{matrix}\begin{Bmatrix}2\\3\end{Bmatrix}\begin{matrix}\text{reman.}\\\text{inæq.}\end{matrix}\left\{\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\right.$$

VI.

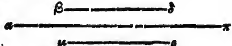
Quæ ejuſdem ſunt duplicia (quod etiam de triplo & quadruplo verum eſt) *inter ſe ſunt æqualia. Et quod unius æqualium duplum eſt, utique duplum etiam eſt alterius æqualium.*



Lineæ α β, & λ σ duplo ſunt majores, intermediâ lineâ δ ο. Ergo ſunt inter ſe æquales,

VII.

Quæ ejusdem ſunt dimidia, inter ſe ſunt æqualia. Et quæ æqualia ſunt, ejuſdem ſunt dimidia.



Linea β δ, & μ ο, ſunt dimidiæ, reſpectu lineæ mediæ α π. Sunt igitur æquales inter ſe.

VIII.

Quæ ſibi mutuò congruunt inter ſe ſunt æqualia. Quod oculus monſtrabit, ſi duæ quantitates ſint, quarum una imponitur alteri.

IX.

Totum majus eſt qualibet ſuâ parte. Quia ſublatâ parte non tollitur totum, ſed relinquitur aliquid.

X.

Omnes anguli recti ſunt æquales. Quia inclinatio linearum angulum

gulum rectum conſtituentium, immutabilis eſt, quæ augeri minuique nequit.

Sic vidimus definitiones, poſtulata & axiomata. *Propoſitio*, ne hoc negligam, *eſt quicquid proponitur vel ad cognoſcendum, vel ad conſtruendum. Lemma, eſt propoſitio, qua aſſumitur ad demonſtrandam aliam propoſitionem. Corollarium, eſt affectio, tanquam conſectarium ex alia propoſitione dependens.*

CAPVT III.

De Lineis.

L*inea eſt pura longitudo expers latitudinis.* Vel. Linea eſt longitudo illatabilis, quemadmodum Agellius loquitur in noctibus Atticis. De Linea mathematica hîc diſſeritur, quæ quodammodo adumbrari poteſt tela aranei ſubtiliſſimè nentis, vel hominis capillo, aut telis bombycum, quibus ne hilum latitudinis ineſſe videtur. Hinc patet. Lineas iſtas, quas cretâ tabulis appingimus, & in charta deſcribimus, non eſſe lineas mathematicas ſed phyſicas, in quibus notabilis latitudo eſt, ut ut ſubtiliter delineari videantur.

Linearum termini puncta ſunt, vel actu, vel potentiâ. Actu in linea recta finita. Potentiâ, in linea circulari.

Punctum eſt cuius pars nulla eſt. Punctum mathematicum, de quo hîc agitur, mirabilis eſt ingenij. Non quidem omninò nihil eſt, ſed aliquid, at verò tale quid, quod non habet partes quantitativas. Quas ſi haberet, quantitas eſſet, non autem continuæ quantitatis principium. Et tale quid, quod abſque quantitate omni, & quod in data magnitudine individuum concipitur. Rude exemplum addam. Si quando cuſpidem ſubtiliſſimæ acicula chartæ decenter impreſſeris, poſt ictum remanebit in papyro veſtigium, hoc veſtigium vix notabile, punctum Mathematicum rudi Minerva, repræſentare poteſt. In illo enim neu longitudo, neu latitudo, neu craſſities notabilis poteſt reperiri. Hinc conſequitur, puncta illa, quæ creta & calamo ſignantur, eſſe puncta Phyſica non Mathematica.

Linea vel Recta eſt, vel circularis, vel Mixta. Linea recta eſt, de ſententia Campani, *breviſſima à puncto ad punctum extenſio.* Quo ſenſu Archimedes illam appellat minimam illarum omnium, quæ ijſdem cohercentur terminis.

Num. I.

Digitized by Google

Num. I.

Linea excurrens è puncto a, per c, ad d, eſt recta, quia ex æquo ſua interjacet puncta. Eſtque breviſſima reliquarum, quæ incurvato ductu, ex a ad d, feruntur per E, O, L.

Linea circularis eſt, quæ æqualiter diſtat à centro. De qua infra pluribus dicetur.

Linea miſta eſt, quæ à puncto fluente, ſed in motu vacillante deſcribitur. Huc referuntur Hyperbole, Parabole, Ellipſis Helicoides, Cirtois vel tortuoſa.

Ellipſis à pictoribus dicitur ovalis. Cujus artificioſa delineatio talis eſt. Duco duas lineas ſe ſeccantes $\alpha\beta$, $\delta\lambda$. Ex puncto ſectionis ε, deſcribo circulum, qui ſecat lineam $\alpha\beta$ in o & π. Ex his punctis, circino invariato, deſcribo iterum duos circulos. Tum pedem circini figo in τ, ubi primus circulus ſecuit alteram lineam $\delta\lambda$, alterum pedem extendo in φ ducitur que arcus $\varphi\psi$. Idem

Num. II.

fit ex puncto ω, naſciturque arcus $\varrho\xi$. Emergitque figura ovalis ſeu Ellipſis.

Helicoides longo flexu ſerpit. Delineatio ejus talis eſt. Lineam rectam A. B. divido in particulas æquales. Porro ex E, intervallo E, C, deſcribo ſemicirculum, qui tangit lineam in O. Ex O. intervallo C, O. iterum deſcribo ſemicirculum, qui tangit lineam in D. Ex puncto contactus D. alterum extendo pedem ad E. & rurſus ſemicirculum deſcribo. Ita pergo, & ex puncto contactus duo iſta centra C. E, alternis vicibus aſſumo, naſciturque Helicoides.

Num. III.

Cirtois ſeu tortuoſa eſt, quæ æqualibus gyris ac ſemicirculis decurrit, & ſerpentum greſſus æmulatur. Deſcribitur ſemicirculis, ſupra & infra lineam communi termino cohærentibus,

Num. IV.

PROBLEMATA OBSERVANDA

Circa lineam rectam.

I.

Explorare regulam, ad cujus ductum linea recta deſcribi conſueverunt, an fallat nec ne. Datur regula A B, ad cujus latus C. D, deſcribatur linea recta, à C. in D. Converto regulam, ut facies ſuperior ma-

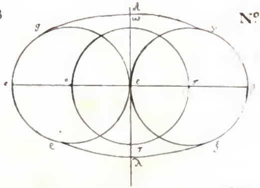
nr

Digitized by Google

N°1



N°2



N°3



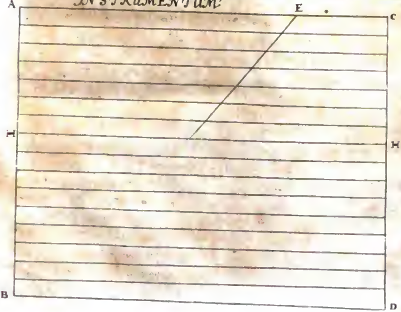
N°4



N°5.



N°6



N°7



Digitized by Google

Digitized by Google

neat, ita, ut punctum C. tranſeat in D. applicaturque lineæ ductæ, iterumque duco lineam ex D. in C. quæ ſi priori congruit, regula probè eſt conſtructa, ſi ſecus, fallit, adeoque error ille illico venit corrigendus.

Num. V.

II.

Lineam in aliquot partes æquales interſtinguere.

Num. VI.

In tabella nigra deſcribantur duæ parallelæ A B. C D. Hæ dividantur in partes æquales viginti, triginta ad lubitum, connectanturque rectis lineis, & paratum erit inſtrumentum interſtinctioni linearum inſerviens.

VSVS INSTRVMENTI.

Datur mihi linea $\alpha\ \beta$ diſtinguenda in ſeptem partes æquales. Capio circino longitudinem $\alpha\beta$, circinique pedem pono in prima linea inſtrumenti A. C. ubi lubet, nimirum in E. pedem alterum dirigo in ſeptimam lineam H, cadirque in punctum F. Cum itaque connecto puncta E. & F. lineâ rectâ, dividitur illico in partes ſeptem. Capio quantitatem partis ſeptimæ circino, eamque transfero in lineam datam, eamque divido ſine moleſtia in partes ſeptem. Eodem labore & modo, ſeptimam partem à linea data poſſum auferre, quæ erit $\mu\lambda$.

Num. VII.

Alius Modus diſtinguendi lineam rectam in partes.

Datur linea A B. diſtinguenda in novem partes æquales. Deſcribo ab extremitatibus datæ lineæ, duas parallelas nimirum C B, A D. Figo circini pedem in A. alterum pedem extendo ad lubitum, & in linea A D. tot partes capio, in quot data linea eſt diſtinguenda, unâ minus Quia hæc linea A B. in novem partes ſecanda eſt, lineam A D. in octo partes divido, particulâ nonâ neglectâ. Conſimiles partes transferuntur in alteram parallelam B C. incipiendo à B. ad C. Tandem connecto partes notatas lineis $\alpha\beta$, $\delta\ \varepsilon$, & ſic conſequenter, & invenio lineam meam A B. hac ratione in novem partes eſſe diſtinctam.

Num. VIII.

III.

In quavis linea recta, quaslibet partes centeſimas aut milleſimas deſigna-

deſignare, adminiculo regulæ orichalceæ, quæ in centum partes æquales diſtincta eſt.

Num. IX.

Datur mihi linea. A. Pono, illam eſſe partium centum, ſive in illas ſit diviſa, ſive dividenda. Scire autem cupio, ubi partes viginti, incipiendo ab A. lineam hanc ſecent, quas ab illa auferre, vel ſimpliciter in illa notare animus eſt. Circino igitur capio longitudinem regulæ orichalceæ, & juxta illam deſcribo lineam N A. tum circini pedem figo in N. alterum extendo in A. & arcum deſcribo verſus B. huic arcui impono datam meam lineam A. ut infernè & supernè illum tangat, duco iterum lineam ex N. in punctum contactus B. His peractis, ex regula mea orichalcea deſumo partes viginti, easque transfero in lineam N. A. caditque in C. deſcribo ex N. ad intercapedinem N C. arcum, qui ſecat lineam N B. in F. huic arcui ſubtendatur recta C F. Hæc continet viginti partes tales, qualium linea mea A. continet centum.

Num. X.

De lineis abſolutè conſideratis egimus hactenus. Dicemus nunc de lineis, quatenus inter ſe conferuntur.

Lineæ inter ſe comparatæ, vel non concurrunt, quales ſunt parallelæ. Vel concurrunt, quales ſunt in directum jacentes, ſibi inſiſtentes, ſe invicem ſecantes.

Parallelæ ſunt, quæ in eodem plano ſitæ, & in infinitum productæ, nunquam tamen concurrunt.

Hæ lineæ dicuntur Parallelæ, quia in omnibus punctis παρ' ἀλλήλων, hoc eſt, à ſe invicem eandem retinent intercapedinem. Æqualis hæc diſtantia comprimis cauſa eſt Paralleliſmi. Interea tamen requiritur, ut lineæ, inter quas Paralleliſmus ſpectatur, ſint in eadem ſuperficie, ſi in diverſis fuerint ſuperficiebus, parallelæ dici non merentur Et, ne cœlem. Paralleliſmus non dumtaxat in rectis lineis, verum etiam in circularibus & mixtis locum invenit.

Num.. XI.

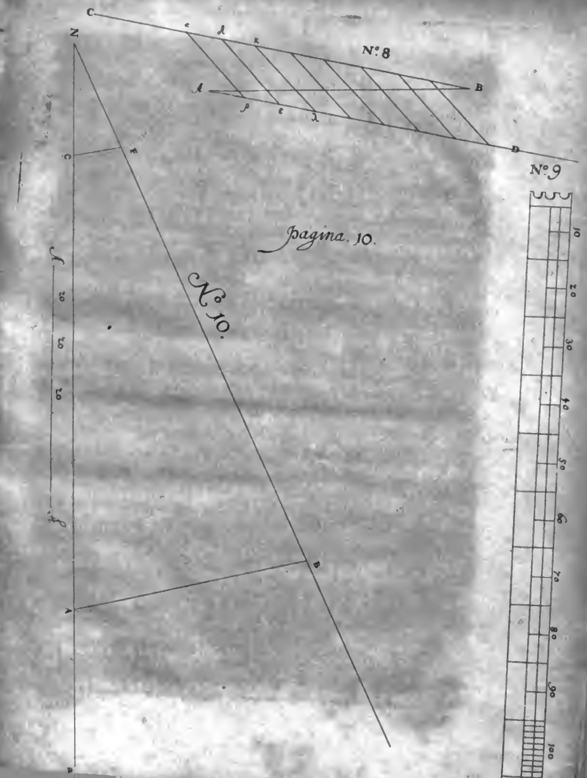
PROBLEMATA.

De Parallelis.

I.

Deſcribere lineam, quæ in data diſtantia, alteri lineæ data ſit parallela.

Datur mihi linea A B. interſtitium C D. ad quod datæ parallela eſt de,


N:8
C
B
D
N:9
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
pagina. 10.
N°10.
N
C
F
B
A
P

Digitized by Google

eſt deſcribenda. Eligo igitur in data linea A B. duo puncta, quæ non ſint nimis vicina, ſed decenter à ſe invicem diſtant, nimirum E F. Circino capio longitudinem C D. pedemque alterum figo in E. altero pede ſemicirculum vel arcum aliquem deſcribo, deinde circini pedem transfero in F. iterumque deſcribo arcum, juxta priorem intercapedinem. Tandem duco lineam, L M. quæ hoſce arcus tangat, quemlibet arcum in uno puncto. Hæc erit parallela ipſi datæ A B.

Num. XII.

II.

Deſcribere parallelam datæ lineæ, è puncto, extra illam datam adſignato.

Datur linea A B. extra illam punctum L. & deſcribenda & linea ipſi A B. parallela, quæ tranſeat per punctum L. Figo itaque circini pedem in L. altero pede arcum deſcribo, quæ lineam datam A B. ſubtiliter tangat in uno puncto. Deinde in linea data A B. pro lubitu aſſumo puctum O ex quo juxta priorem intercapedinem deſcribo arcum, lineamque duco, quæ arcum tangat, & per punctum L. feratur, hæc erit parallela ipſi A B. ac tranſibit per datum punctum.

Num. XIII.

Per æquales arcus, ex C. & D. tanquam centris delineatos idem poteſt fieri, ut monſtrat figura ſequens.

Num. XIV.

Quando punctum extra lineam adſignatum, datæ lineæ vicinum eſt, ſequenti modo facilius ducitur, quæ lineæ datæ ſit parallela. Lineæ datæ A B. punctum C. vicinum eſt. Ergo ex C. ad quodvis interſtitium arcum deſcribo, qui datam lineam ſecet, quod fit in D. Aſſumo in data linea ad lubitum aliud punctum, quod diſtet longius à D. lævorſum, quale eſt punctum E. Ex hoc puncto, juxta interſtitium C D. ſcribo arcum verſus H. Tum capio longitudinem, ſeu diſtantiam E D. ac pedem figo in C. alrumque arcum ſcribo verſus H. ut ſe ſecent. Per punctum ſectionis, punctumque datum C. tranſiens linea, eſt parallela quæſita.

Num. XV.

Lineæ concurrentes vel in directum jacent, adeoque paulu-

 lum

lum productæ,unam conſtituunt rectam.Exempli gratia, A B. & C D. conſtituunt unam rectam.Si quando B.in C.protraxeris.

Num. XVI.

Vel ſibi inſiſtunt,ut B C. ipſi A B. Vel ſe ſecant, ut A B. & C D. in puncto O.

Num. XVII.

Inter lineas inſiſtentes celebris eſt linea perpendicularis, qua ex aliquo puncto,in lineam ſubſtratam normaliter incidit , ne vel capillum inclinet dextrorſum aut lævorſum.

Num. XVIII.

PROBLEMATA.

De linea Perpendiculari.

I.

Erigere perpendicularem, ex puncto in linea data ſignato. In linea A B. ſignatur punctum E. ex quo perpendicularis excurret. Figo circini pedem in ſignato puncto E. alterum pedem ad lubitum extendo, & datam lineam dextrorſum ac lævorſum ſeco arcubus F. G. Tunc circini pedem figo in F. alterum expando,ac deſcribo arcum verſus dextram, eadem intercapedine,ex G. alium arcum deſcribo verſus ſiniſtram,hi arcus ſeſe ſecant. Linea, quæ è ſectione in datum punctum E. ducitur,eſt perpendicularis.

Num. XIX.

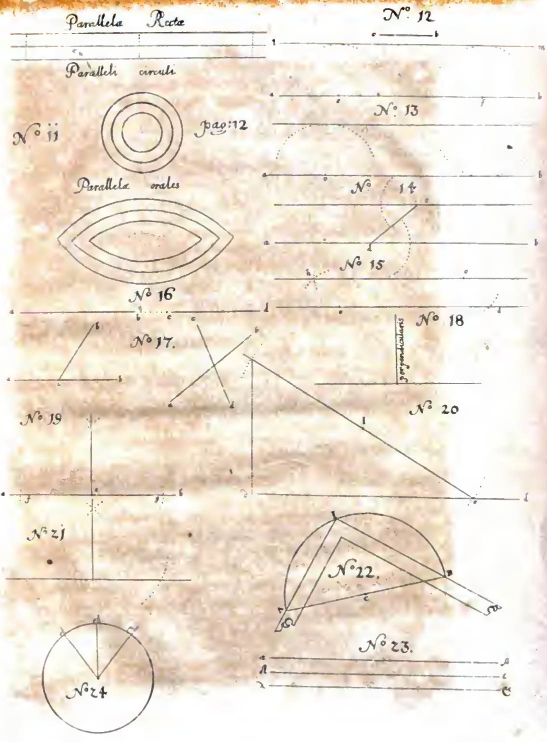
II.

Super punctum in extremitate lineæ ſignatum , perpendicularem deſcribere. In linea data C D. ſignatum eſt punctum C.ſuper quod deſcribenda erit perpendicularis. Eligo mihi è regione, extra datam lineam, ubi placet punctum L.intervallo C L.ſeco lineam C D. aliquo arcu in E.Porro ex eodem puncto L. juxta prius interſtitium deſcribo arcum. qui immineat ipſi C. Poſtea lineam duco ex E.per L.quæ arcum ſecabit. Linea per ſectionem excurrens ad C. erit perpendicularis.

Num. XX.

III.

Deſcribere perpendicularem,tranſeuntem per punctum extra lineam ſigna-



Digitized by Google

Digitized by Google

ſignatum. Hic deſcribendi modus, non multum abludit à primo, quo perpendicularis deſcribebatur ex puncto in linea data ſignato. Ut ex illo, linea ſubſtrata arcubus ſignabatur, ſic hoc in caſu idem fit, è puncto extra lineam dato, quod patet in figura ſequenti.

Num. XXI.

IV.

Examinare Normam. Lineas perpendiculares ſæpe ad normam deſcribere ſolemus. Opifices vocant eine Winckelmaſe. In rem itaq; erit, probè hoc inſtrumentum examinare, an affabrè ſit conſtructum ne decipiat. Illud hac ratione compendioſè poteſt expediri. Ducatur diameter A B. ex illius centro C. deſcribatur Semicirculus, huic applico normæ angulum rectum, ut ſemicirculum præciſè tangat in I. hâc tamen lege, ut unum crus per extremitatem dimetientis A. feratur. Cum in hac poſitura, crus alterum, per alteram dimetientis extremum punctum B. tranſit, quod ductâ lineâ ad cruris iſtius latus, explorari poteſt, norma probè eſt conſtructa, ſi autem crus alterum, intra extremum dimetientis punctum manſerit, vel extra illud extenſum fuerit, corrigendus eſt normæ error.

Num. XXII.

NOTÆ.

I.

Quæ eidem ſunt parallelæ, inter ſe ſunt parallelæ.

Num. XXIII.

Lineæ $\alpha\beta$, & $\lambda\mu$, ſunt parallelæ ipſi intermediæ lineæ $\delta\,\iota$. Ergo lineæ $\alpha\beta$ & $\lambda\mu$, ſunt parallelæ inter ſe.

II.

Ædificia parallela, ægrè reperiuntur in Telluris ſuperficie. Terra enim globoſa eſt, in cujus meditullio, lineæ omnes, à ſuperficie in ſinum ejus excurrentes, concurrunt. Quod genuinæ lineæ parallelæ non admittunt.

Num. XXIV.

III.

Quæ uni rectæ ſunt perpendiculares, inter ſe ſunt parallelæ.

Num. XXV.

Lineæ ιλ, εκ, επ. ſunt perpendiculares reſpectu lineæ ſubſtratæ αβ, cui normaliter inſiſtant. Ergo lineæ ελ, εκ, επ inter ſe ſunt parallelæ.

CAPVT IV.

De Angulis planis.

Angulus planus, & linearum ad ſe invicem inclinantium concurſus. Exempli gratiâ Linea A B, & B C, inclinatio ductu ad ſe invicem feruntur, & in puncto B, uniuntur. Hoc ipſum unionis ſeu concurſus punctum dicitur angulus.

Num. XXVI.

Angulus, à viris Mathematicis tribus literis enunciatur, quarum prima & tertia lineas notant concurrentes, angulumque formantes; media autem litera ipſum concurſum ſeu angulum ſignificat. Sic angulus ſequens, dicitur angulus A B.C.

Num. XXVII.

Litera B. medio ſtat loco in pronunciando, quia in B. fit concurſus linearum.

Lineæ angulum conſtituentes, vocantur anguli crura. Sic linea A B, & C B. crura ſunt anguli B.

Anguli reſpectu linearum conſtituentium, dividuntur in rectilineos, curvilineos, & mixtos, quo etiam refertur angulus contactus. Aliquando utraque linea recta eſt, fitque angulus rectilineus, qualis eſt angulus A. Aliquando utraque linea curva eſt, fitque angulus curvilineus, qualis eſt angulus B. Aliquando una linea recta eſt, altera curva, fitque angulus mixtus, qualis eſt angulus C. Huc ſpectat linea recta, circulum tangens, quæ facit angulum contactus, qualis eſt angulus D.

Num. XXVIII.

Anguli, ratione magnitudinis, dividuntur in Rectos, & obliquos.

Angulus rectus eſt, cujus crura inter ſe ſunt perpendicularia. Qualis eſt angulus C.

Angulus obliquus eſt, cujus crura non ſunt perpendicularia.

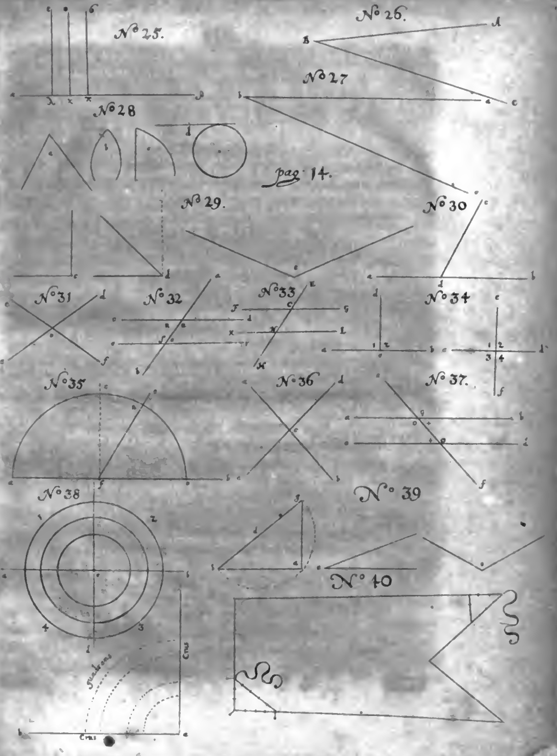
Angulus obliquus vel eſt acutus vel obtuſus.

Angulus acutus eſt, qui recto minor eſt Qualis eſt D.

Angulus obtuſus eſt, qui recto major eſt. Qualis eſt angulus E.

Num. XXIX.

An-


N° 25.
N° 26.
N° 27
N° 28
pag. 14.
N° 29.
N° 30
N° 31
N° 32
N° 33
N° 34
N° 35
N° 36
N° 37.
N° 38
N° 39
N° 40
Gradations
Crus
Crus

Digitized by Google

Anguli, ratione ſitus varias ſortiuntur appellationes.

Anguli ἐφεξῆς ſive deinceps, ſunt anguli contigui, quos efficit linea recta oblique in aliam incidens. Linea C D. incidit oblique in lineam A B. facitque angulum verſus dextram C D B. & verſus ſiniſtram A D C. Hi duo anguli contigui, vocantur anguli deinceps.

Num. XXX.

Anguli ad verticem ſunt illi, quos recta linea facit, cum aliam ſecat. Ipſa ſectio dicitur vertex. Linea C D, ſecat lineam E. F. in puncto O. quod punctum vertex eſt. Et anguli qui ſibi opponuntur, ut ſupernus E O D. & infernus C O F. Imo ille, qui ad dextram eſt, D O F. & qui ad ſiniſtram vergit E O C. dicuntur anguli ad verticem oppoſiti.

Num. XXXI.

Anguli alterni vel ἐναλλάξ ſunt, quos facit linea recta, incidens in duas parallelas, cis & citra lineam incidentem, decuſſatim oppoſitos. Exempli gratia. Linea A B. incidit in duas parallelas C D. E R. Anguli igitur C N B. & A O R, ſunt anguli alterni, ut & anguli U & S. Angulus N. cis, angulus O. citra lineam incidentem A B.

Num. XXXII.

Anguli ἀπ' ἐναντίων, ſunt anguli oppoſiti, internus & externus, quos facit linea incidens in duas parallelas. Exempli gratiâ. Linea E H, incidit in duas parallelas F G. K L. facitque angulos *ἀπ' ἐναντίων* F O E. & R N E. Ille externus eſt, hic autem internus.

Num. XXXIII.

THEOREMATA.

De Angulis.

I.

Linea perpendiculariter incidens in rectam ſubſtratã, facit duos angulos actu rectos. Perpendiculariter ſecans ſubſtratam, facit quatuor angulos actu rectos. Perpendicularis D C. incidit in lineam A B. facitque angulos A C D. & D C B. actu rectos. Linea perpendicularis E F. ſecat rectam C D. facitque angulos quatuor rectos, ſupra & infra lineam.

Num. XXXIV.

II.

Linea obliquè incidens in aliam ſubſtratam, etſi non facit duos angulos actu rectos, tamen facit duos angulos, duobus angulis rectis æquales. Linea

nea C F. incidit in lineam A B. facitque duos angulos obliquos C F A. obtuſum, ſeu recto majorem & angulum C F B. acutum, ſeu recto minorem. Qui tamen ſimul ſumpti, duobus rectis ſunt æquales. Quod ut demonſtrem, punctulis demitto perpendicularem E F. in ſubſtratam lineam A B. & ex centro F. deſcribo ſemicirculum A N O. Video igitur utrumque angulum menſurari à ſemicirculo, at duo anguli recti E F A. E F B. ab eodem ſemicirculo menſurantur, quidni ergo duo obliqui ſint æquales duobus rectis. Quantum enim angulus acutus deficit à recto, tantum angulus obtuſus ſuperat rectum.

Num. XXXV.

III.

Anguli ad verticem oppoſiti ſunt æquales. In ſequenti exemplo, anguli A C D. & E C B. ſunt anguli ad verticem oppoſiti. Punctum enim ſectionis C. dicitur vertex. Ajo hos eſſe æquales. Demonſtratio ex priori theoremate ſuppullulat. Linea D C. incidit in A B. facit ergo angulos contiguos A C D. & D C B. æquales duobus rectis. Ex eodē fundamento, linea B C. incidit in lineam D E. facitque angulos contiguos D C B. & B C E. æquales duobus rectis. Auferatur jam angulus communis D C B. qui ſibi æqualis eſt, remanebunt anguli A C D. & E C B. ad verticem oppoſiti, æquales. Nam ſi æqualia ab æqualibus ablata ſunt, quæ remanent ſunt æqualia.

Num. XXXVI.

IV.

Anguli alterni ſunt æquales. Si quis hoc negat, eâdem operâ negat parallelas eſſe parallelas. Vide Clavium ad propoſit. 29. lib. 1. Euclidis.

Anguli ἀπ' ἐναντιῶν oppoſiti, internus & externus ad eaſdem partes, ſunt æquales. Vide Clavium loco laudato.

Num. XXXVII.

Anguli cruce notati ſunt alterni, & cyphrâ notati ſunt alterni, & conſequenter æquales. Angulus A G. E. externus, eſt æqualis interno C H E. In demonſtrando prolixus hîc eſſe nolo.

V.

Quilibet angulus rectus dicitur eſſe nonaginta graduum. Dicam luculentè. Quilibet angulus mēſuratur ab arcu circuli, qui ex angulo dato, tanquam centro eſt deſcriptus, & à cruribus anguli interceptus. At omnis angulus rectus, ſuis cruribus abſcindit quartam circuli partem,

quod

quod ad oculum patebit, ſi ex angulo recto, tanquam meditullio, circulos aliquot deſcripſeris, crura anguli quadrantem intercipient. Quia autem omnis circulus magnus à Mathematicis dividitur in partes CCCLX. quas gradus vocant, & Nonaginta gradus ſunt quarta pars de 360. Sequitur igitur angulum rectum, qui à quadrante menſuratur, eſſe partium nonaginta, vel nonaginta graduum. Hinc ſequitur, angulum acutum, quia recto minor eſt, minorem etiam eſſe 90. gradibus. Angulum obtuſum, quia recto major eſt, plus continere, quam 90. gradus.

Num. XXXVIII.

PROBLEMATA.

De Angulis.

I.

Indagare, angulus in charta deſcriptus, ſitne rectus, acutus vel obtuſus. Rem hac viâ adgredior, Angulo dato A. oppono rectam lineam B G. eamque in duas partes æquales divido in D. ex puncto diuiſionis D. intervallo dimidiæ lineæ D B. ſemicirculum deſcribo verſus angulum. Si ſemicirculus angulum tetigerit, rectus eſt, ſi vero angulus ſemicirculo egreditur, acutus eſt, Si angulus intra ſemicirculum continetur, obtuſus eſt. Dico igitur angulum A. eſſe rectum: angulum E. acutum: angulum O. obtuſum.

Num. XXXIX.

II.

Inquirere, angulus agri, ſitne rectus, acutus an obtuſus. Figo bacillum in angulo dato, cui baculo alligatus eſt reſtis, in partes æquales diſtinctus, Reſtim applico uni lateri, angulum conſtituenti, & numero partes reſtis tres, in termino numerationis, alium figo baculum. Rurſus reſtim applico alteri lateri, & numero partes quatuor, iterumque punctum fixo baculo adnoto. Tum ex uno termino in alterum duco reſtim, ſi inter terminos tunc interjacent partes quinque angulus datus eſt rectus, ſi pauciores, erit acutus: ſi plures, erit obtuſus. Figuræ ſequentes rem illuſtrabunt.

Num. XL.

III.

Angulum datum in partes quaſvis dividere. Datur mihi angulus A. dividendus in partes quatuor æquales. Figo igitur circini pedem

in angulo A. alterum pedem ad lubitum extendo, & deſcribo arcum circuli B C. Hunc arcum divido in tot partes, in quot datus angulus dividi debet, nimirum in quatuor, & ex ſingulis diviſionis punctis lineas duco ad angulum, actutum is in quatuor partes ſpectatur interſtinctus.

Num. XLI.

IV.

Dato angulo rectilineo, in dato puncto cuiusdam lineæ, equalem ipſi angulum deſcribere. Datur mihi angulus conſtructus F G H. Huic alius angulus æqualis, in data linea A B. in dato lineæ puncto C. deſcribendus eſt. Figo circini pedem in angulo jam conſtructo G. & ad quodlibet interſtitium, deſcribo arcum, intra crura hujus anguli conſtructi. Poſtea, circini aperturâ invariatâ, conſimilem arcum deſcribo ex puncto C. in quo novus angulus conſtruendus eſt. Deinde circino capio quantitatem arcus prioris F H. eamque transfero in arcum ex C. deſcriptum, cadetque in L. Linea igitur ex C. per L. excurrens, facit angulum B C L. æqualem angulo priori F G H.

Num. XLII.

V.

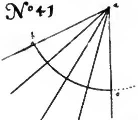
Angulo dato, aqualem deſcribere, ex puncto dato extra lineam. Angulo dato E. æqualis angulus eſt deſcribendus, in linea A B, ex puncto C. quod extra lineam eſt. Eligo punctum E. in data linea, ex hoc deſcribo per præcedentem propoſitionem angulum , ipſi angulo dato E. æqualem, per lineam E H. Huic lineæ parallelam deſcribo ex puncto C. nimirum lineam C, N. naſciturque angulus C N B. æqualis priori angulo dato E.

Num. XLIII.

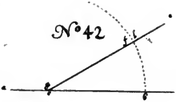
VI.

In data recta linea, ex quovis puncto, angulum obliquum deſcribere, qui ſit tot graduum, quot gradus fuerunt determinati. Et vice verſa, dati alicujus anguli amplitudinem in gradibus cognoſcere. Id operam do, ut ex lamina orichalcea vel cornu lucernarum, conficiatur ſemicirculus , in duos quadrantes, & quilibet quadrans viciſſim, in gradus nonaginta diſtinctus, ut in Matheſi amat fieri. Cujus effigiem infra exhibui literâ A. Hoc ſemicirculo præparato, quem Tranſportantem, vel corruptè Tranſportier, nuncupare conſueverunt. Datur mihi in linea

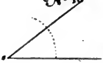
N° 41



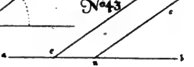
N° 42



N° 43

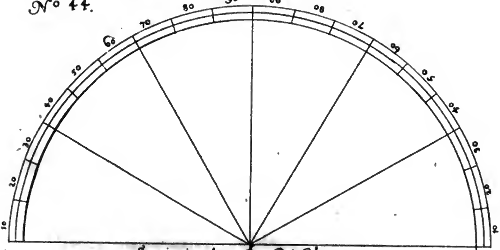


N° 43



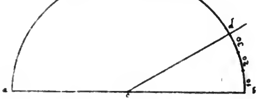
pag: 18

N° 44.

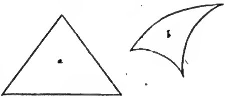


Semi circulus Oricalcus.

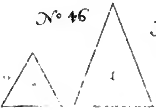
N° 44



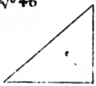
N° 45



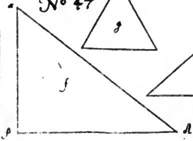
N° 46

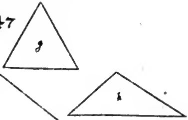


N° 46



N° 47





Digitized by Google

Digitized by Google

nea A B. punctum C. ex quo ſit deſcribendus angulus, cujus amplitudo ſit graduum triginta. Itaque centrum ſemicirculi orichalcei applico dato puncto C. ita ut diameter ſemicirculi ubique attingat lineam datam A B. tum à diametro incipio, & in limbo ſeu margine ſemicirculi numero gradus triginta, numerationis terminum, vel, quod idem eſt, gradum trigeſimũ puncto D. adnoto, & ex C. per notulam D. duco lineam, naſciturque angulus B C D. qui eſt graduum triginta. Hac applicatione ſemicirculi ad datum angulum, nullo negotio ejus amplitudo cognoſcetur.

Num. XLIV.

CAPUT V.

De Figuris planis & ſpeciatim de Triangulo.

INter figuras rectilineas, Triangulum, primum ſibi vendicat locum. Figura certum complectitur ſpatium. Inter illas circulus eſt omnium prima & ſimpliciſſima, quia unâ lineâ circulari ſpatium concludit, quod innuit Euclides, quando ait, figuram etiam ſub aliquo termino comprehendi poſſe. At vero, inter figuras rectilineas, de quibus hoc loco agere conſtitui, prima eſt Triangulum, quia duæ lineæ certum ac determinatum ſpatium concludere nequeunt, quamvis enim in uno puncto coeunt, ab altera tamen parte hiant & disjunguntur, adeoque non formant lineatum undique terminatum. Imo Triangulum in alias figuras ſimpliciores eſt individuum. Ex Triangulo cæteræ figuræ rectilineæ conſtruuntur, & in Triangula reſolvuntur, & ipſum triangulum in triangula dividi poteſt, at in ſimpliciorem figuram reſolvi nunquam poteſt.

Figuræ planæ in ſuperficiebus ſcribuntur. Superficies eſt, quæ longitudinem & latitudinem habet. Rectè adumbratur ſuperficies, corporum umbris, in quibus ne hilum ſoliditatis reperire licebit. Superficies terminatur lineis, quadrilatera ſuperficies, lineis quatuor; trilatera tribus; circularis unâ. Sæpè fit mentio ſuperficiei planæ, quæ ex æquo ſuas interjacet lineas, in qua nihil ſubſidit, nihil ſubſultat, in qua nihil lacunoſum, nihil prominulum. Dicitur etiam de ſuperficie convexa, qualis cernitur in externo corporis globoſi ambitu. De ſuperficie concava, quæ ſpectatur in fornicibus templorum. Sic dico. Nos

Digitized by Google

habitamus in convexa ſuperficiei telluris, at ſub concava ſuperficiei cœli.

Circa figuras nonnulla conſiderari ſolent generatim. Exempli gratia. Quinque partes figuræ cujuslibet. Quales ſunt *centrum*, ſeu punctum in figura medium. *Perimeter*, ſeu figuræ extimum vel comprehenſio. *Radius*, hoc eſt, recta à centro ad perimetrum. *Diameter*, iſtud eſt, recta tranſiens per figuræ centrum. *Altitudo*, ſeu perpendicularis à figuræ vertice ad baſin excurrens. Præterea annotari poteſt hoc loco. Quid ſit *figura ordinata*? Nimirum, cujus termini (lineæ in figuris planis, ſuperficies in corporibus) ſunt æquales, omneſque ejus anguli inter ſe æquales. Ut in triangulis, triangulum æquilaterum. In quadratis, quadratum perfectum. In corporibus, quinque illa corpora Platonica. *Figura rationalis* dicitur, cujus altitudo in baſin multiplicata, dat numerum exactè dividuum. *Figuræ Iſoperimetræ* dicuntur, quæ ſunt æqualis ambitus. *Figuræ æquealtæ* vocantur, quæ in eisdem parallelis conſtitutæ ſunt aut conſtitui poſſunt. *Figuræ ſimiles* ſunt, quæ ſingulos angulos ſingulis æquales habent, & latera circum angulos iſtos proportionalia. *Figuræ ſimiliter ſitæ* vocantur, quando proportionales termini ſimili ſitu reſpondent.

Triangulum eſt figura conſtans tribus lateribus & angulis.

Triangulum dividi poteſt reſpectu linearum & angulorum.

Reſpectu linearum, in Rectilineum & ſphæricum. Triangulum rectilineum eſt, quod conſtat tribus lineis rectis. Triangulum ſphæricum eſt, quod conſtat tribus circuli arcubus. Sic Triangulum A. eſt rectilineum B. eſt ſphæricum.

Num. XLV.

Reſpectu quantitatis linearum, triangulum dividitur in triangulum Iſopleurum, Iſoſcheles & Scalenum. Triangulum Iſopleurum eſt, cujus omnia tria latera ſunt æqualia, quale eſt Triangulum C. Triangulum Iſoſcheles eſt, cujus duo dumtaxat latera ſunt æqualia, cujuſmodi eſt triangulum D. Triangulum ſcalenum eſt, cujus tria latera ſunt inæqualia, cujus generis eſt triangulum E.

Num. XLVI.

Reſpectu angulorum, dividitur Triangulum, in Orthogonum, Oxygonium & Amblygonium. Orthogonium ſeu Rectangulum eſt, quod unum continet angulum rectum, reliquos duos acutos. Quale eſt triangu-

angulum F. Oxygonium ſeu Acutangulum eſt, cujus omnes tres angu-li ſunt acuti. Quale eſt G. Ambligonium, ſeu obtuſangulum eſt, cu-jus unus angulus eſt obtuſus, reliqui duo acuti. Quale eſt H. Coroni-di, loco, hîc addo. In Triangulo orthogonio F, latus $\alpha\beta$ vocatur ca-thetus, $\beta\delta$ baſis, $\alpha\delta$ Hypothenuſa.

Num. XLVII.

PROBLEMATA.

De Triangulis.

I.

Triangulum Iſopleuron deſcribere ſuper datam rectam terminatam. Datur mihi linea A B. ſuper quam Geometricè deſcribendum Tri-angulum æquilaterum. Itaque circini pedem unum conloco in A, al-terum extendo ad B. & hoc pedum interſtitio, deſcribo circulum. De-inde, eâdem circini aperturâ, ex B. iterum deſcribo circulum. Hi cir-culi ſe ſecant in punctis C. & D. Puncta illa ſectionis, ſi quando lineis rectis connectuntur, cum datæ lineæ extremis A. & B. emergit illicò triangulum æquilaterum, ſupra & infra lineam. Nam omnes ſemidi-metientes circuli unius, vel æqualium circulorum, inter ſe ſunt æqua-les. At vero, omnia latera triangulorum, ſupra & infra datam lineam deſcriptorum, ſunt ſemidiametri æqualium circulorum. Ergo inter ſe ſunt æquales, & quod conſequitur, utrumque triangulum A C B. & A D B. eſt æquilaterum.

Num. XLVIII.

NOTA.

Demonſtrationis gratiâ, integri circuli deſcribuntur. Alias ſuffi-cit, ex punctis A. & B. verſus C. dumtaxat arcus delineare, ſe invicem ſecantes, quemadmodum ſequens figura monſtrat.

Num. XLIX.

II.

Conſtruere Triangulum Iſoſcheles. Hæc delineatio facilis eſt, & ex præcedenti propoſitione dependet. Abſolviturque totum negotium per arcus ſe ſecantes, qui ex datæ lineæ extremitatibus ducuntur, hac tamen adhibitâ cautelâ, ne apertura circini lineæ datæ ſit æqualis, ſed vel major vel minor. Nam Iſoſcheles triangulum duo dumtaxat la-tera habet æqualia, ſive majora, ſive minora ſint tertio latere.

Digitized by Google

Num. L.

III.

Conſtruere Triangulum Scalenum. Hoc æque per arcus ſecantes, ex punctis datæ lineæ extremis delineatos, expediri conſuevit. Quia autem triangulum Scalenum, conſtat tribus lateribus, inter ſe inæqualibus, ſequitur ultro, ad primi arcus deſcriptionem, circinum, ultra longitudinem datæ lineę expandendum eſſe, ad alterius arcus deſignationem, circinum ita eſſe contrahendum, ut interſtitium pedum minus ſit datâ lineâ. Ex hac Scaleni ſtructura facilè abſolvitur propoſitio 22. lib. 1. Euclid. ubi docet triangulum deſcribere, ex tribus datis lineis, quarum duæ quælibet ſimul ſumptæ, tertiâ ſunt majores. Alias enim triangulum conſtrui non poſſet, quia in omni triangulo, duo latera ſimul ſumpta tertio majora eſſe demonſtrant viri Geometræ.

Num. LI.

IV.

Triangulo dato, aliud æquale & ſimile deſcribere. Et hoc ex præcedentibus promanat. Nam ſi dati trianguli A B C. latera reſolvas in tres lineas, & ex tribus illis aliud triangulum, juxta præcedentia deſcribas, deſcriptum illud triangulum erit priori dato A B C. æquale.

LII.

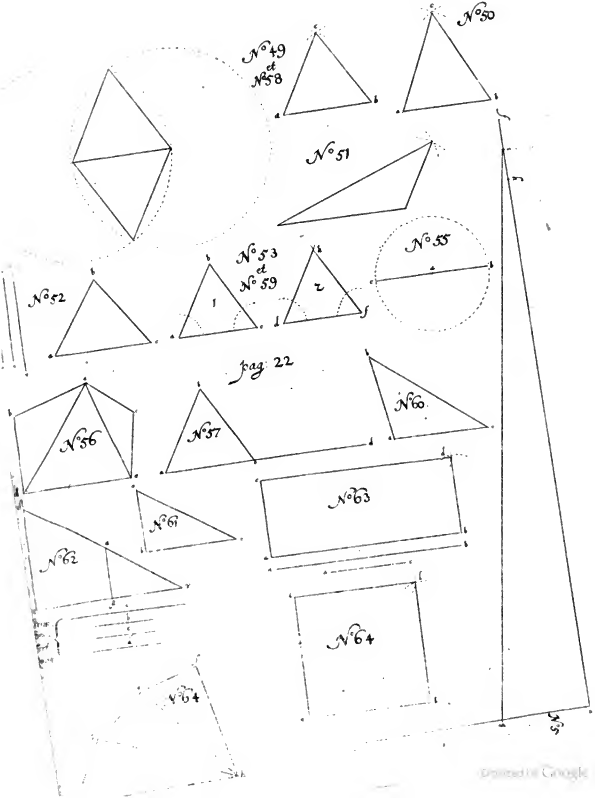
V.

Super datam rectam, triangulo dato aliud ſimile, ſimiliterque ſitum deſcribere. Ut paucis dicam quod res eſt. Hæc propoſitio abſolvitur per quartum problema præcedentis capitis, de angulis. Quo docetur, angulo dato æqualem deſcribere. Detur Triangulum A B C. cui ſimile, ſimiliterque ſitum eſt deſcribendum ſuper linea D F. Dabis igitur operam, ut angulo B A C. æqualem angulum deſcribas in D. adminiculo arcuum, ut videre licet in citato problemate, & rurſus angulo B C A. æqualem angulum in F. Lineæ hos angulos conſtituentes concurrunt, ſeque ſecabunt in H. formabuntque triangulum D H F. ſimile priori triangulo A B C. Ex hoc fundamento patet via delineandi Polygonum rectilineum, datis lateribus & diagoniis.

Num. LIII.

VI.

Conſtruere Triangulum rectangulum, dato circulo, quam proximè æquale. Ut facili modo hoc expediatur, adnotabimus duas famoſas



Digitized by Google

Digitized by Google

Archimedis ingenioſiſſimi adſertiones. I. Demonſtravit. *Quemlibet circulum æqualem eſſe, Triangulo orthogonio, ſive Rectangulo, cuius unum latus circa angulum rectum, æquale eſt radio, vel ſemidiametro: alterum latus æquale circumferentiæ. II.* Demonſtravit. *Circumferentiam circuli, cujuslibet triplam eſſe diametri*, non exactè quidem, ſed quàm proximè, ſi ſubtiliter docere ac diſſerere adlubeſcit. Si diametro triplicatæ, addas ſeptimam ejusdem diametri partem, lineæ inde nata, paululum erit minor circumferentiâ. Rurſus, ſi diametro ter aſſumptæ, addas decem ſeptuageſimas primas diametri partes $\frac{10}{71}$. linea hinc nata, paululum major erit circumferentiâ. In circulis parvis, illa differentia exigua eſt, nec admodum notabilis, at in magnis notari poterit. His præſuppoſitis, noſtrum problema hac ratione expeditum dabimus & confectum. Deſcribitur linea D E. ab extremitate D. ſurſum excurrit perpendicularis D F. Porro quantitatem ſemidiametri, ex dato circulo A. nimirum C A. transfero per circinum in lineam D E. incipiendo à D. eritque linea D G. Rurſus diametrum circuli C B. ter transfero in perpendicularem D F. eritq; linea D H. deinde partẽ ſeptimam hujus diametri, adminiculo circini in perpendicularem transfero, incipiendo ab H. eritque linea H I. Punctum I. connectatur beneficio rectæ lineæ cum puncto G. naſcitur annuente Lucinâ Triangulum D I G. longum & arctùm, quod ajo, proximè eſſe æquale dato circulo A.

Num. LIV. & LV.

VII.

Triangulatum in Triangula reſolvere. Per Triangulatum intelligo figuram è triangulis natam, hæc facillimè reſolvitur in triangula, ſi ex uno aliquo angulo dati Triangulati, lineæ rectæ ducantur in angulos oppoſitos, neglectis tamen duobus angulis vicinis. Datur mihi Triangulatum A B D E C. reſolvendum in Triangula. Eligo angulum A. ex quo lineas duco in angulos oppoſitos D. E. neglectis duobus angulis, ipſi A, vicinis, hoc eſt, angulis B & C.

Num. LVI.

THEOREMATA

De Triangulis.

I.

Omnes tres anguli Trianguli, ſimul ſumpti, ſunt æquales duobus re-

ctis an-

ctis angulis. Producto latere A C, in D. video lineam B C. incidere in A D. facit igitur angulos A C B.& B C D. æquales duobus rectis, per ſecundum Theorema de angulis in capite quarto præcedenti. Demonſtrat etiam Euclides propoſit. XXXII. libri primi, angulum externum B C D. æqualem eſſe duobus internis & oppoſitis angulis, A & B. Ergò ſequitur, quando hi duo anguli A & B. adduntur angulo C. æquè æquales eſſe duobus rectis, ac ſi angulo B C A, addatur angulus externus B C D.

Num. LVII.

COROLLARIVM.

Cognitis duobus angulis Trianguli, cognoſcetur tertius, ſi duos cognitos ſubtraxeris, à duobus rectis, iſtud eſt, à bis 90. vel 180.

II.

Iſoſchelium Triangulorum anguli ſupra baſin ſunt æquales. In Triangulo Iſoſcheli A B C. anguli A & C. ſunt anguli ſupra baſin A C. conſtituti. Ergo inter ſe æquales. Quod æquè verum eſt in Triangulis Iſopleuris ſeu æquilateris. Vide demonſtrationem, apud Euclidem lib. 1. propoſit. V.

Num. LVIII.

III.

Quilibet angulus Trianguli æquilateri eſt ſexaginta graduum. Demonſtratum eſt, tres angulos Trianguli æquales eſſe duobus rectis. Unus rectus continet nonaginta gradus, duo recti CLXXX. gradus. Tertia autem pars de 180. ſunt 60. Ergo quilibet angulus trianguli æquilateri, duas continet tertias unius anguli recti.

1 60 2 60 3 60	30 1 30 2 30 3
180 duorum angulorum rectorum quantitas	90 Unius anguli recti quantitas

IV.

Triangula æquilatera ſunt æquiangula. Et retro. Triangula æquiangula ſunt æquilatera. Hoc Theorema, ex æqualitate laterum, æqualitatem an-

Digitized by Google

tem angulorum, & ex æqualitate angulorum, æqualitatem laterum deducit. Exempli gratia. Sunt duo triangula A B C.& D H F. latus A B. prioris trianguli eſt æquale, lateri D H.poſterioris trianguli. latus A C.ipſi D F.latus B C, ipſi H F. Dico igitur angulum B. eſſe æqualem angulo H.angulum A.ipſi D, angulum C. ipſi F. Qui demonſtrationem legere diſcupit, videat Euclidis propoſit.VIII.lib.1.

Num. LIX.

V.

Cum duo anguli duorum triangulorum, æquales ſunt, omnes tres anguli hujus trianguli, omnibus tribus angulis alterius trianguli erunt æquales. In triangulis præcedentibus, angulus B, æqualis eſt angulo H. alterius trianguli, angulus A.æqualis eſt angulo D. Ajo igitur angulum C.prioris trianguli æqualem eſſe angulo F.poſterioris trianguli, omnes tres prioris, omnibus tribus angulis poſterioris trianguli. Quia omnes tres anguli trianguli æquipollent duobus rectis. Aufer A & B D. & H. relinquentur C.& F.æquales. Æqualia enim ab æqualibus ablata, relinquunt æqualia.

VI.

Majus trianguli latus, majorem ſubtendit angulum, & major angulus à majori latere ſubtenditur. Ne in voce obſcura hæreas, notabis hoc loco, *ſubtendi*, nihil aliud eſſe, quam opponi. Sic in Schemate vides, latus Trianguli B C. majus eſſe latere A C. Dico igitur, angulum A, quē ſubtendit linea B C, eſſe majorem angulo B. quem ſubtendit linea A C. Et retro. Quia angulus A, major eſt angulo B. utique latus B C. quod majori angulo A.opponitur, majus eſt, latere A C.quod ſubtenditur vel opponitur angulo minori B.

Num. LX.

VII.

Omnis trianguli duo latera, quomodocunque ſumpta, tertio ſunt majora. Sic latera A B, B C. puncta, majora ſunt latere A C. Quod prolixa demonſtratione non indiget.

Num. LXI.

VIII.

Triangula æquiangula, habent latera circa æquales angulos proportionalia. Nobilis, ita me ſoſpitet dieſpiter, eſt hæc propoſitio, & ne

D neſcias,

neſcias, totius ferè Geodeſiæ fundamentum, cui menſuratio altitudinis, profunditatis, diſtantiæ, aliarumque hujus generis unicè innititur. Exponam paucis. Sint duo triangula, $\alpha\beta\kappa$, & $\delta\epsilon\kappa$, æquiangula. Exempli gratiâ. Angulus δ eſt æqualis angulo α, angulus ϵ eſt æqualis angulo β, angulus κ communis eſt. Ajo itaque, latera circa æquales angulos eſſe proportionalia. Exempli gratia.

$$\text{Ut linea}\left\{\begin{array}{cc}\kappa & \beta\\ \kappa & \alpha\\ \kappa & \alpha\end{array}\right\}\text{ſe habet ad}\left\{\begin{array}{cc}\beta & \alpha\\ \alpha & \beta\\ \beta & \kappa\end{array}\right\}\text{ſic ſe habet}\left\{\begin{array}{ccccc}\kappa & \epsilon & \text{ad} & \epsilon & \delta\\ \kappa & \delta & \text{ad} & \delta & \epsilon\\ \kappa & \delta & \text{ad} & \epsilon & \kappa\end{array}\right.$$

Num. LXII.

Cui placet, is demonſtrationem addere poteſt ex Clavio, ad propoſition. 4. lib. 6. Euclidis.

CAPUT VI.

De Quadrangulis.

I.

Quadrangulum generatim poteſt deſcribi, figura quatuor laterum & angulorum. Suntq́; regularia & irregularia. Regularium Quadrangulorum, quatuor ſunt ſpecies. Quadratum perfectum. Quadratum oblongum. Rhombus & Rhomboides.

II.

Quadratum perfectum eſt figura, cujus omnes anguli recti ſunt, & latera æqualia.

III.

Quadratum oblongum eſt figura, cujus omnes anguli recti ſunt, ſed latera oppoſita tantum æqualia.

IV.

Rhombus eſt figura, cujus anguli obliqui ſunt (duo acuti, duo obtuſi) & latera æqualia.

V.

Rhomboides eſt figura, cujus anguli ſunt obliqui & latera oppoſita tantum æqualia.

VI.

Cæteræ figuræ quadrangulares, extra has quatuor, quas jam recenſui, quotquot delineari poſſunt, uno nomine vocantur Trapezia.

PRO-

PROBLEMATA.

De Quadrangulis.

I.

Supra datam rectam Quadratum perfectum geometricè deſcribere. Datur linea A B. ſuper quam perfectum Quadratum delineare animus eſt. Erigo igitur perpendicularem ex puncto A. ipſi lineæ A B. æqualem, videlicet A D. deinde figo circini pedem in D. & ad intercapedinem A D. deſcribo arcum verſus L. Tandem ex puncto B. alium deſcribo arcum, qui priorem interſecet in L. connecto punctum L. cum D. & B. quo facto, conſtruxi Quadratum perfectum.

II.

Deſcribere Quadratum oblongum, ex datis duabus lineis. Dantur mihi duæ lineæ A B. & A C. hæ conjungantur in A. hac lege, ut linea G A. inſiſtat puncto A. perpendiculariter, & cum A B. angulum rectum conſtituat, quod ex priori neceſſariò emergit. Deinde ex centro B. intervallo A C. deſcribatur arcus circuli, rurſus ex centro C. interſtitio A B. alius arcus deſcribatur, qui ſecet priorem in D. ad quam arcuum ſectionem ducantur lineæ rectæ, ex punctis B & C. & delineatum eſt quadratum oblongum.

Num. LXIII.



III.

Datis aliquot quadratis, ſive æqualibus, ſive inæqualibus, deſcribere quadratum unum, quod omnibus illis datis ſit æquale. Pono mihi data eſſe quatuor quadrata, quorum latera ſint hæc.

Num. LXIV.

Duco itaque lineam H F. ad lubitum, quæ ſit æqualis lineæ A. lateri primi Quadrati, ad cujus extremitatem F. erigo perpendicularem, æqualem lateri ſecundi quadrati B. qualis eſt F E. cujus extremitas E. connectitur cum H. per rectam E H. Rurſus erigo perpendicularem ſuper E H. in puncto E. quæ ſit æqualis ipſi C. nimirum lateri tertij Quadrati, qualis eſt E G. cujus extremitas G. iterum conjungenda eſt cum H. per lineam G H. ſuper hanc iterum erigitur perpendicularis in puncto G. quæ ſit æqualis ipſi D. qualis eſt G K. cujus extremitas K.

Digitized by Google

conjungitur cum H. per KH. His factis, dico, quadratum ſuper KH. deſcriptum eſſe æquale omnibus quatuor quadratis, quæ ſuper lineis A, B, C, D. fuerunt deſcripta.

Num. LXV.

IV.

Deſcribere Quadratum æquale dato alicui Triangulo. In duobus conſiſtit cardo hujus negotij. Primo enim quærenda eſt media proportionalis inter altitudinem dati trianguli & mediam baſin. Quod fit hoc pacto. Detur Triangulum CBA. cujus baſis A.C. excurrat ad lubitum in K. Tunc per angulum Trianguli B. ducatur linea D E. quæ ſit parallela, continuatæ baſi KA. Ex angulo C. excitetur baſi perpendicularis CF. tangens lineam DE. in F. quæ altitudinem dati trianguli exhibet. Porro circino capio quantitatem dimidiæ baſis LC. quæ ex C. excurrat in H. Hoc pacto altitudo & dimidia baſis trianguli, unam rectam conſtituunt FH. quæ biſecanda in puncto I. Ex quo tanquam centro, ad intervallum IF. vel IH. quod eodem recidit, deſcribatur peripheria, quæ ſecabit baſin Trianguli productam ACK. in K. Hæc linea KC. eſt media proportionalis, ſupra quam ſi deſcribatur Quadratum, juxta præcedens problema primum de Quadrangulis, naſcitur Quadratum triangulo dato æquale.

Num. LXVI.

V.

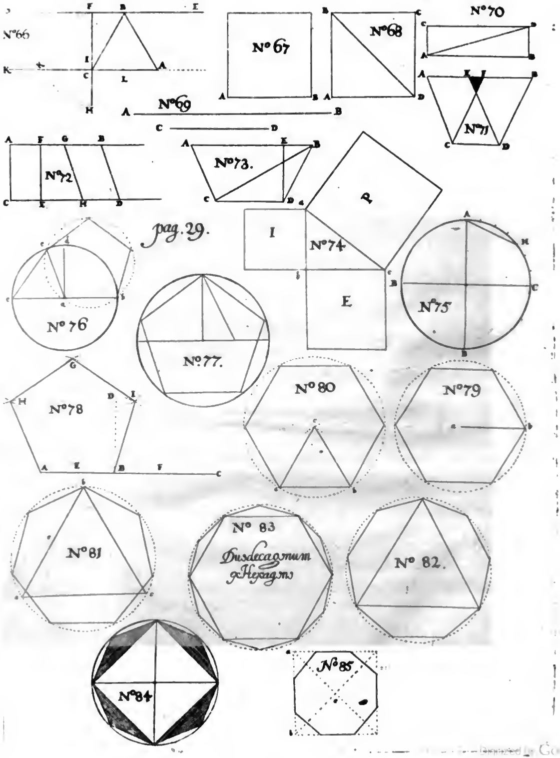
Dato Rectilineo multangulo, nimirum Pentagono, Hexagono, & cæteris de genere hoc, æquale quadratum deſcribere. Hoc Problema non indiget prolixa expoſitione, quandoquidem totum ex duobus præcedentibus manat. Paucis dicam, quod res eſt. Datum Polygonum, ſeu figura multangularis, reſolvitur in Triangula, cujuslibet trianguli media proportionalis inventa, ſeorſim annotanda & delineanda, ex quibus juxta Problema tertium præcedens, depingendum quadratum Catholicum, quod omnibus Triangulis, in quæ Polygonum datum fuit reſolutum æquale eſt, & conſequenter ipſi dato Polygono. Quod enim omnibus partibus cujusdam totius æquale eſt, id ipſi integro erit æquale.

VI.

Dato circulo quam proximè æquale Quadratum deſcribere. Et hoc ex præcedentibus fluit. Nam capite quinto de Triangulis, problemate

ſexto

Digitized by Google



Digitized by Google

ſexto diſſerui, quo pacto deſcribi poſſit Triangulum Rectangulum, circulo cuidam dato, quam proximè æquale, juxta placita Archimedis, interim non me clam eſt, quod meliorem ἀκρίβειαν oſtenderit nobis Ludolphus à Colonia, quæ huc non pertinet. Jamjam iterum diſſerui, qua ratione dato alicui triangulo, æquale quadratum deſcribi poſſit. Conjunge, ſi placet, utrumque iſtud eſt. Exhibe triangulum, à circulo non multum abludens. Triangulo invento æquale quadratum deſcribe, & eâdem opera deſcripſiſti dato circulo quam proximè æquale quadratum. Nam circuli quadratura, ſive Tetragoniſmus, omnibus numeris abſolutus, majoris eſt indaginis, in quo excellentiſſima ingenia ſeſe exercuerunt, non ſine profunda animi intentione, ac labore ſummo.

THEOREMATA.

De Quadrangulis, & collatione Triangulorum cum Quadrangulis.

I.

Linearum æqualium, æqualia ſunt quadrata, & retro, quadratorum æqualium æquales ſunt lineæ.

Num. LXVII.

Linea A B. eſt æqualis lineæ C D. Ergo quadratum ex A B. deſcriptum, eſt æquale quadrato ex C D. deſcripto. Et quia quadrata hæc æqualia ſunt, æquales quoque erunt lineæ, ex quibus ſunt delineatæ.

II.

Si in quolibet quadrato diameter ducatur, quadratum à diametro deſcriptum, duplum erit prædicti quadrati. In quadrato A B C D. diameter eſt B D. ſi ex B D. deſcribatur quadratum, iſtud duplum erit hujus quadrati A B C D.

Num. LXVIII.

III.

Si linea recta dupla fuerit rectæ, quadratum ex illa deſcriptum, eſt quadruplum quadrati, ex hac deſcripti. Linea A B dupla eſt lineæ C D. Dico igitur, quadratum ex linea A B. deſcriptum, quadruplum eſſe quadrati, quod deſcribitur ex linea C D.

Num. LXIX.

IV.

Diameter Parallelogrammum dividit biſariam. Omne Parallelogrammum habet angulos oppoſitos, & latera oppoſita æqualia. Ergo, ducta diameter A D. dividi parallelogrammum in duo triangula A C D & A D B. illa autem ſunt æqualia, quod ex laterũ & angulorum æqualitate reſultat. Ergo diameter A D. Parallelogrammum dividit in duas partes æquales.

Num. LXX.

V.

Omne quadrilaterum habens latera oppoſita æqualia eſt Parallelogrammum. Sicut & illud quod angulos oppoſitos habet æquales, & quod omnes angulos habet rectos.

VI.

Parallelogramma ſuper eadem baſi, & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

Num. LXXI.

Parallelogramma C D E A, & C D F B, conſtituta ſunt ſuper eadem baſi, C D, & in eiſdem Parallelis A B, C D. ſunt igitur inter ſe æqualia. Vide demonſtrationem apud Clavium, ad propoſit. XXXV. lib 1. Euclidis. Et ſi placet hoc Theorema convertere, ſequetur æqualia parallelogramma, ſuper eadem baſi, ad eaſdem partes conſtituta, eſſe inter eaſdem parallelas.

VII.

Parallelogramma ſuper æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia. Dantur duo parallelogramma, A C F E. & G H B D. conſtituta ſuper æqualibus baſibus C E. & H D. imò, inter eaſdem parallelas A B & C D. Ajó, hæc parallelogramma eſſe æqualia. Demonſtratio facilis eſt, ad prop. XXXVI. lib. 1. Euclid.

Num. LXXII.

NOTA.

Quod duo præcedentia Theoremata de Parallelogrammis dicunt, idem in triangulis locum invenit. Exempli gratiâ. *Triangula ſuper eadem baſi, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia. Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.* Si convertas has propoſitiones, nil à veritatis tramite deflectet.

VIII. *Si*

Digitized by Google

VIII.

Si Parallelogrammum, cum Triangulo eandem baſin habuerit, in eiſdemque fuerit parallelis, duplum erit Parallelogrammum Trianguli.

Sit parallelogrammum A C D E. eandem habens baſin C D. cum triangulo B C D. Dico parallelogrammum A C D E. eſſe duplum trianguli B C D.

Num. LXXIII.

IX.

In triangulis Rectangulis, quadratum lateris, angulo recto oppoſiti, æquale eſt duobus quadratis reliquorum duorum laterum.

Num. LXXIV.

Datur triangulum A B C. quadratum P. deſcriptum à latere A C. oppoſito angulo recto B. æquale eſt duobus quadratis I. & E. deſcriptis à cruribus anguli recti B. nimirum A B & B C. Hinc ſequitur, data baſi A B. cum crure aliquo, non ignorari crus alterum, quando enim quadratum cruris dati, aufertur ex quadrato baſis, remanebit quadratum cruris ignoti, cujus radix quadrata monſtrabit longitudinem cruris quæſiti.

CAPVT VII.

De Polygonis ordinatis.

I.

Polygonum ordinatum; & figura rectilinea multorum laterum æqualium, & angulorum.

II.

Polygonum quodlibet, accipit peculiarem ſuam appellationem, à numero angulorum & laterum, ut ſequitur,

III.

Pentagonum, eſt figura rectilinea quinque angulorum & laterum æqualium.

IV.

Hexagonum, eſt figura rectilinea, ſex angulorum & laterum æqualium.

V.

Heptagonum, & figura rectilinea ſeptem angulorum & laterum æqualium.

VI. *Octa-*

VI.

Octogonum, eſt figura rectilinea, octo angulorum & laterum æqualium.

VII.

Enneagonum, eſt figura rectilinea, novem angulorum & laterum æqualium.

VIII.

Decagonum, eſt figura rectilinea, decem angulorum & laterum æqualium. Et ſic ulterius licebit progredi. Nam poſſunt conſtrui figuræ undecim, duodecim, ſedecim viginti: & plurium laterum.

PROBLEMATA DUO GENERALIA

De Polygonorum deſcriptione artificioſa.

I.

Quodlibet multangulum ſive Polygonum inſcribere circulo. Clavius ingenioſè hoc docuit in fine commentationum, ad quartum Euclidis librum. Deſcribatur circulus, qui in quatuor quadrantes dividatur, ductis dimetientibus, ad angulos rectos, in meditullio ſe invicem ſecantibus. Quadrans dividatur in tot partes, quod laterum & angulorum eſt figura, circulo inſcribenda. Recta autem linea, quæ quatuor harum partium ſubtendit, eſt latus figuræ inſcribendæ. Exemplo res erit clarior & facilior. Circulo inſcribendum eſt Heptagonum. Divido circulum in quatuor quadrantes, per diametros A B D C. Quadrãtem A C. divido in partes ſeptem, quia animus eſt figuram ſeptem laterum circulo inſcribere. (Sic pro inſcribendo pentagono, quadrantem dividerem in quinque partes, pro octogono, in octo, pro Enneagono in novem & ſic conſequenter. Deinde duco rectam A H. quæ quatuor harum partium ſubtendit, vel comprehendit. Hæc ipſa linea A H. eſt latus Heptagoni, quæ linea, ſi ſepties in circumferentiam transfertur, perfectum Hexagonum producit.

Num. LXXV.

ANNOTATIO.

Quodvis multangulum cito poteſt delineari per Quadrantem Polygonalem, cujus uſus jocundus eſt in Fortificatoria. Quadrans latera cujuslibet polygoni oſtendit. Fundamentum ejus hoc eſt. Circuli circumferentia, iſtud eſt, gradus 360. dividantur, per numerum laterum alicujus polygoni, producti numeri arcus in circumferentiam transfertur diſtinctam, cujus ſubtenſa eſt latus Multanguli. Sed alibi de hac re fuſius.

II. *Super*

Digitized by Google

II.

Super datam rectam, quodlibet Polygonum delineare. Ut paucis me expediam, delineandi modum ſtatim in exemplo monſtrabo, ne ullâ tautologiâ, ſeu moleſta repetitione opus ſit. Datur linea A B. ſupra quam deſcribendum eſt Pentagonum. Produco lineam A B. in C. hac conditione, ut A C. æqualis ſit ipſi A B. Deinde ex meditullio A. ad intercapedinem A B. circulum deſcribo ſimulque ex D. in A. perpendicularem demitto. Poſtea quadrantem C D. divido in tot partes æquales, quot latera continet figura inſcribenda. In hoc noſtro exemplo, quadrans dividitur in partes quinque, quia Pentagonum voluimus delineare, ſupra datam lineam A B. Porro duco rectam C E. quæ præcisè quatuor harum æqualium partium complectitur ſive ſubtendit, ex puncto E. demitto lineam in A. Eritque linea E A. latus Pentagoni conſtruendi. Si jam occultum circulum deſcripſero, qui tres extremitates E A B. decenter tetigerit, eique lineam E A. quinquies applicuero, naſcetur Pentagonum deſideratum. Eadem ratio eſt in cæteris figuris depingendis, dummodo quadrans ſemper dividatur in tot partes, quot lineas ſivę latera, complectitur figura deſcribenda. Exempli gratiâ. Si Hexagonum deſcribendum, quadrans dividitur in ſex partes. Si Heptagonum, ſeu figura ſeptem laterum depingendum, quadrans in ſeptem partes diſtinguitur, & ſic in cæteris, quod deditâ operâ repeto, ne quid ſub ancipiti hæreat.

Num. LXXVI.

Cæterum, cum hæc ratio deſcribendi aliquam involvat difficultatem, abitionem maturabimus ad problemata ſpecialia, quę erunt faciliora.

PROBLEMATA SPECIALIA

De cujuslibet Polygoni deſcriptione.

I.

In dato circulo Pentagonum deſcribere. Dicitur circulus ex centro A. deſcriptus, cujus diameter eſt B C. ex centro A. erigatur perpendicularis D A. porro, ſemidiameter A C. ſecetur in medioxumo puncto E. intercapedinem inter puncta E & D. circino capio, eamque transfero in diametrum ab E. in G. tandem ex D. in G. lineam duco, quæ erit latus Pentagoni deſcribendi, quam ſi quinquies circumferentiæ ap-

Digitized by Google

plico, Pentagonum natum oculis uſurpo. Non neſcio alios etiam modos ſubminiſtrari poſſe, quorum beneficio Pentagonum circulo inſcribatur, nimirum per Triangulum Iſoſcheles, quem apud Clavium reperies propoſit. 11. lib. 4. Euclid. ut prætercam reliquos. Sed faciliora hoc in genere difficilioribus jure merito præferuntur.

Num. LXXVII.

II.

Supra datam rectam Pentagonum deſcribere. Datur linea recta A B. quam ad lubitum produco uſque in C. Ex puncto B. erigo perpendicularem B D. quæ ſit æqualis ipſi A B. lineam datam A B. divido in duas partes æquales, ſcilicet in E. Tum circino capio diſtantiam E D. & circini pedem figo in E. repertamque diſtantiam transfero in lineam A C. quæ cadet in F. deſcribo deinceps arcum ex A. juxta diſtantiam A F. & conſimili diſtantiam alium arcum ex B. qui ſe invicem ſecent in G. Ex punctis G. & A. juxta priorem diſtantiam A B. iterum deſcribantur duo arcus, qui ſe ſecent in H. Pariterque ex punctis G & B. qui ſe ſecent in I. Interſectionum harum puncta, rectis lineis connectantur, & deſcriptum erit Pentagonum ſupra lineam. A B.

Num. LXXVIII.

III.

In dato circulo Hexagonum deſcribere. Facillimum hoc eſt, itaq; paucis verbis me expediam. Semidiameter circulum ſuum diſtinguit in ſex partes. Transfero igitur interſtitium pedum circini mei, quo circulum delineavi, in circumferentiam. Video illam in ſex arcus diſcriminari, puncta notata ſex, ſi lineis rectis connecto, illico Hexagonum, vel figuram ſex laterum & angulorum reperio. Figura rem oculis exhibet.

Num. LXXIX.

IV.

Supra datam lineam Hexagonum deſcribere. Totum negotium è ſuperiori problemate ſuppullulat. Uno verbo. Detur mihi linea A B. ſupra quam conſtruendum ſit Hexagonum. Ex data linea, occultum triangulum æquilaterum depingo, per arcus ſe invicem ſecantes, uti patet ex præcedentibus. Sectio illa arcuum ſit loco centri, ex quo ad intercapedinem lineæ datæ A B. occultum deſcribo circulum, qui extre-

extremitates datæ lineæ A & B. attinget. Deinde circumferentiam circuli divido, ut in præcedenti problemate, in ſex partes ſive arcus, ſectionumque puncta lineis rectis connecto, actutum ſtabit Hexagonum ſuper data linea ad nutum ad votum.

Num. LXXX.

V.

In dato circulo Heptagonum deſcribere. Nec hujus figuræ delineatio ullam redolet difficultatem. Deſcribo enim circulũ, quẽ per ſuam ſemidiametrum, vel ſervatam aperturam pedum circini, divido in ſex partes æquales, quemadmodum in præcedentibus duabus propoſitionibus factum eſt. Puncta illa ex diviſione nata, uno ſemper neglecto, rectis lineis conjungo, actutum enaſci video, annuente Lucina, Triangulum æquilaterum A B C. Hujus Trianguli latus unum, ſcilicet A B. divido in duas partes æquales, punctum diviſionis erit E. Pars dimidia hujus lateris A B. videlicet A E. vel E B. erit latus Heptagoni, vel ut magis luculentè dicam, circulum meûm dividit in ſeptem partes æquales, quæ lineis rectis conjunctæ, ut moris eſt, conſtituunt Heptagonum quæſitum, in circulo dato delineandum.

Num. LXXXI.

VI.

Supra datam rectam Heptagonum deſcribere. Ex præcedente Problemate hoc iterum emergit. Detur aliqua linea, ſupra quam deſcribendum Heptagonum, erigo igitur triangulum Iſopleuron ſupra datam lineam. Ex cujus meditullio deſcribo circulum, qui tangit extremitates trianguli, vel, omnes tres angulos trianguli, latus trianguli in duas partes diviſum, medietaſque ejus in circulum tranſlata, producit Heptagonum.

VII.

In dato circulo Enneagonum deſcribere. In dato circulo deſcribatur Triangulum æquilaterum, partemque circumferentiæ lateri oppoſitam, divide in tres partes æquales, conſimili modo age cum cæteris arcubus circuli, reliquis lateribus Trianguli oppoſitis, & naſcetur Enneagonum. Non me clam eſt, quomodo Durerus per ſuas veſicas circulo Enneagonum inſcripſerit. Sed quia iſte modus operoſior eſt, ſilentio illum ſepelio.

Digitized by Google

Num. LXXXII.

VIII.

In dato circulo Decagonum deſcribere. Decagonum compendioſè deſcribitur ex Pentagono, ſi quando arcus cuivis lateri Pentagoni oppoſitus dividitur in medio, & puncta diviſionis lineis connectuntur.

ANNOTATIO.

Inſcripta figura æquilatera & æquiangula circulo alicui, monſtrat nullo negotio, ut & aliæ figuræ iſtiuſmodi, eidem inſcribi poſſint, quæ latera habent duplo plura, & ſic conſequenter. Hac ratione, ex inſcripto triangulo æquilatero; in eodem circulo Hexagonum producetur, ſi arcus circuli lateri triangulari oppoſiti biſecentur. Ex inſcripto Hexagono, eâdem lege atque omne naſcetur duodecagonum. Ex duodecagono, ſive figura duodecim laterum, ſurget figura viginti quatuor laterum. Ex inſcripto quadrato Octogonum emergit. Ex octogono figura ſedecim laterum. Ex hac, figura triginta duorum laterum. Ex Heptagono figura quatuordecim laterum. Ex Pentagono emerget figura quindecim laterum, ſeu Quinti decagonum, quando quivis arcus, lateri Pentagoni oppoſitus in partes tres interſtinguitur.

Num. LXXXIII.

Octogonum ex Quadrato deſcriptum.

Num. LXXXIV.

IX.

Octogonum ad datam altitudinem deſcribere. **Detur altitudo A B: ſupra quam depingatur quadratum perfectum, cujus diametri ſe ſecent in E. Expando circini pedes, ad intercapedinem E A. & ex ſingulis angulis æquales lineas abſcindo, puncta diviſionis rectis connecto, & ſurgit Octogonum in altitudine quæſita.**

Num. LXXXV.

X.

Quodlibet Rectilineum in data proportione augere & minuere. Exemplo res erit facilior. Detur igitur Quadratum A B C D. minuendum triplo, vel quod idem eſt, ut naſcatur quadratum, quod dato ſit triplo minus. Produco latus A D. verſus D: ad lævam, tum tertiam partem lateris A D. transfero in lineam productam, ex D, in E, lineam E A. divido in.

Digitized by Google

do in duas partes æquales, nimirum in F. ex quo velut centro, ad interſtitium F E. vel F A. ſemicirculus deſcribatur, quæ ſecabit latus dati quadrati D C. in G. Erit igitur linea D G. media proportionalis inter D E, & D A. ex qua ſi deſcribatur quadratum, hoc triplo minus erit dato Quadrato.

Detur idem quadratum A B C D. triplo augendum. Ergo, latus ejus A D. ter transfero in lineam productam, cadetque in H. Eritque linea D H. triplo major latere quadrati dati A D. Porro totam lineam H A. bifariam divido in puncto I. ex hoc puncto, tanquam centro, ad intervallum I H. vel I A. deſcribo ſemicirculum, & latus dati quadrati D C. produco, ut à ſemicirculo ſecetur, quod fit in puncto K. Quadratum igitur ſuper lineam D K. deſcriptum triplo majus eſt dato quadrato D C B A.

Ne odioſâ tautologiâ legenti nauſeam, matinâ fortaſſean deteriorem pariam, in cæteris figuris rectilineis hanc praxin non repeto, ſed in figuris ſequentibus duntaxat oſtendo, quarum prior in quadrato, poſterior in Pentagono univerſum negotium ad oculum luculentè oſtendit.

FIGURA I.

Pro augendo minuendoque Quadrato.

Num. LXXXVI.

FIGURA II.

Pro augendo minuendoque Pentagono,

Num. LXXXVII.

XI.

Quodcunque Polygonum circulo circumſcribere. Quando circulo inſcriptum eſt Polygonum, facili negotio eidem circumſcribi poteſt polygonum ejusdem indolis. Cardo rei, in figuræ meditullio inveniendo, volvitur. Nimirum, duo anguli proximi bifariam dividuntur, lineæ rectæ hos angulos dividentes concurrunt. Si protrahantur, punctum concurſus centrum eſt polygoni. Ex hoc centro, lineæ rectæ ad figuræ angulos ductæ, producent polygonum circumſcribendum. Conſimili ratione, cuivis polygono circulus inſcribi & circumſcribi poterit. Quemadmodum figuræ ſequentes oſtendunt. Anguli proximi ſunt, A. & B. Hi dividuntur lineis A C, & B C. adeoque in puncto

E. 3. C. con-

C. concurrunt, quod centrum eſt Polygoni. Hoc reperto, liberè licebit expedire, quod fieri volebat hæc noſtra propoſitio.

Num. LXXXVIII.

CAPVT VIII.

De Circulo.

I.

Circulus eſt figura plana peripheriâ terminata.

II.

Centrum circuli eſt punctum medioxumum, ex quo circulus eſt deſcriptus.

III.

Diameter eſt linea, quæ per centrum circuli ad oppoſitas circumferentiæ partes excurrit.

IV.

Semidiameter eſt linea, à centro ad circumferentiam producta.

V.

Peripheria vel circumferentia dicitur ipſa linea circularis, orbicularem figuram determinans.

VI.

Semicirculus eſt figura, dimidiâ circumferentiâ & diametro terminata.

VII.

Segmentum circuli eſt figura, quæ ſub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.

VIII.

Sector circuli, eſt figura à duabus rectis, centrum circuli, loco anguli continentibus, & arcum abſcindentibus comprehenſa.

CORONIDES EMERGENTES.

I.

Æquales ſunt circuli, quorum diametri vel ſemidiametri ſunt æquales.

II.

Circuli duo ſe tangunt in uno puncto, ſecant ſe in duobus punctis.

III.

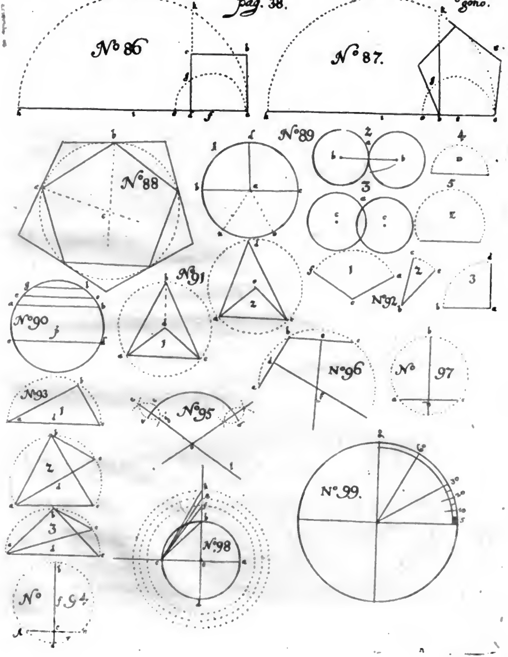
Circuli ex eodem centro deſcripti, ſunt paralleli.

IV. *Cir-*

Digitized by Google

Fig: 1 Pro augendo minuendoq Quadrato Fig: 2 Pro augendo minuendoq Pentagono.

pag. 38.



Digitized by Google

Digitized by Google

IV.

Circuli qui ſe tangunt, quique ſe ſecant, non ſunt deſcripti ex uno eodemque meditullio.

Num. LXXXIX.

Vides in prima figura centrum A. diametrum B C. ſemidiametrum A D. Sectorem A N O. In ſecunda figura circulos B B. in uno puncto O. ſe tangentes. In tertia duos circulos C C. in duobus punctis a & e, ſe invicem ſecantes. In quarta figura ſemicirculum D. In quinta figura ſegmentum E.

THEOREMATA.

De Circulis.

In circulo æquales rectæ lineæ, æqualiter diſtant à centro. Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales ſunt inter ſe.

II.

In circulo maxima linea eſt diameter: aliarum autem propinquior centro, major eſt illâ, quæ à centro eſt remotior.

Num. XC.

In dato circulo linea A B. & C D. æqualiter diſtant à centro P. Sunt igitur inter ſe æquales. Linea A B. propinquior eſt centro P. ipsâ linea E O. Ergo linea A B. major eſt lineâ E O.

III.

Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures, quam duæ rectæ lineæ æquales, punctum illud erit circuli centrum.

IV.

In circulo angulus ad centrum deſcriptus, duplus eſt anguli ad circumferentiam, quando anguli eandem obtinent baſin.

Num. XCI.

Angulus ad centrum A B C. duplus eſt anguli ad circumferentiam A B C.

V.

Anguli, qui in æqualibus circulis, æqualibus peripheriis inſiſtunt, ſunt inter ſe æquales, ſive ad centra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtant. In circulis æqualibus D. & E. anguli B & D. inſiſtunt æqualibus peripheriis A C. ſunt igitur inter ſe æquales.

VI. *An-*

VI.

Angulus Quadranti inſiſtens rectus eſt. Hoc probant dimetientes perpendiculariter ſibi inſiſtentes. Hinc etiam ſponte dimanant ſequenter duæ adſertiones. *Angulus, qui inſiſtit arcui quadrante minori, acutus eſt. Angulus, qui inſiſtit arcui quadrante majori, obtuſus eſt.*

Num. XCII.

Angulus A inſiſtit quadranti B D. Ergo rectus eſt, Angulus B. inſiſtit arcui C E. qui minor eſt quadrante. Ergo acutus eſt. Angulus C. inſiſtit arcui F A. qui major eſt quadrante: Ergo obtuſus eſt.

VII.

In circulo angulus, qui in ſemicirculo rectus eſt. Qui autem in majori ſegmento, minor eſt recto. Qui in minori ſegmento major eſt recto. Angulus A B C. in ſemicirculo eſt rectus. At angulus A B C. in majori ſegmento recto minor eſt. In minori ſegmento, angulus A B C. major eſt recto. Quemadmodum in tribus figuris ſequentibus ſatis luculentè videre licebit, ſine prolixo commentario & demonſtratione.

Num. XCIII.

PROBLEMATA.

De Circulis.

I.

Circuli dati centrum invenire. Datur mihi circulus, A B D. cujus centrum invenire, mei eſt lubitus. Duco utcunque lineam A C. eamque divido in duas p[illegible]es æquales, nimirum in E. Ex hoc puncto erigo perpendicularem, quæ circulum in oppoſitis punctis tangat, videlicet B E D. Hanc perpendicularem divido in duas partes æquales, in F. dico, punctum F. eſſe circuli hujus centrum, demonſtrant enim viri Geometræ, ſi recta rectam, ad angulos rectos, in circulo ſecet bifariam, in ſecante eſſe centrum circuli, & conſequenter in ſecantis medio.

Num. XCIV.

II.

Invenire centrum alicujus arcus circularis. Datur mihi arcus A B. cujus meditullium noviſſe deſidero. Figo igitur circini pedem in ejus extremitate A. & deſcribo arcum quendam, qui datum arcum A B. ſecet in C. Rurſus ex puncto C. circino invariato, deſcribo alium arcum

verſus

verſus A. Hi duo arcus ſe invicem ſecant in punctis E & G. per hæc puncta tranſeat linea recta E G L. Conſimili modo procedendum erit cum altera dati arcus extremitate B. quemadmodum figura oſtendit. Quo facto, duæ lineæ per arcuum ſectiones ductæ, ſe interſecabunt in puncto O. Hoc punctum inventum, & centrum arcus quæſitum. Qui, ſi ita adlubeſcit, facilè degenerabit in circulum perfectum.

Num. XCV.

ALIUS MODUS.

Si quando arcus datus, ſemicirculo major, vel æqualis eſt, compendiosè ita licebit agere. In dato arcu ad lubitum eligo tria puncta A, B, C. quæ conjungo lineis rectis videlicet lineis A B. & B C. Utramque lineam divido in duas partes æquales, nimirum in D. & E. Ex his punctis D & E. duas deſcribo perpendiculares D F. & E F. Hæ ſecant ſeſe in F. Dico igitur punctum F. eſſe centrum dati arcus magis.

Num. XCVI.

NOTA.

Inveniendo circuli cujusdam meditullio, optime famulari poteſt ſequens Theorema. *Si circulum tetigerit recta quadam linea, & è puncto contactus excitetur linea, quæ reſpectu tangentis ſit perpendicularis, in hac perpendiculari erit circuli centrum. Videlicet in medio eiusdem.*

Num. XCVII.

III.

Datam circuli circumferentiam biſariam ſecare. In circulo dato utcunque deſcribo lineam A C. quam biſariam divido in D. Ex puncto D. erigo perpendicularem D B. Hæc datam circuli circumferentiam dividet in duas partes æquales. Vide sìs figuram præcedentem.

IV.

Circulum aliquem duplicare, triplicare, & proportione æquali augere. Detur circulus A B C D. cujus centrum eſt E. ductis duabus diametris A C, B D. eundem divido in quatuor quadrantes. Diameter autem D B. longius excurrat verſus B. Porro duco lineam rectam C B. ejuſque longitudinem transfero in diamettum prolongatam D B. caderque ex centro E. ubi circini pedem figo in F. Si igitur ex centro E. ad intercapedinem E F. deſcribatur circulus, is duplus erit ad priorem. Conſimili modo ac methodo linea C F. translata in diametrum D B.

F cadet

cadet ex centro E in G. Circulus ad radium E G. deſcriptus reſpectu prioris erit triplus. Rurſus linea C G. translata in dimetientem extenſam, cadet ex centro E in H. Circulus autem ad ſemidiametrum E H. delineatus reſpectu prioris & quadruplus. Hac lege licebit progredi, & augebitur circulus multiplici proportione. Ne quid hæreat ſub ancipiti, addo figuram ſequentem, quæ totum negotium oculis exhibet ſatis perſpicuè.

Num. XCVIII.

V.

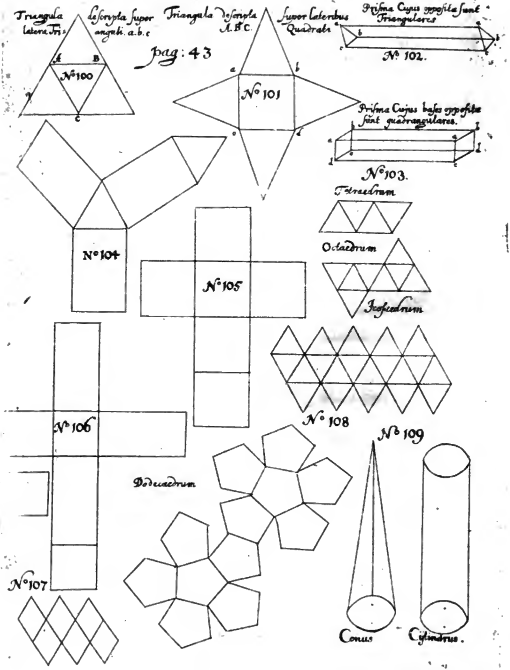
Circulum in trecentas ſexaginta partes diſtinguere; quas gradus vocant.

In more poſitum eſt viris Mathematicis, circulos magnos interſtinguere in partes trecentas ſexaginta, quas vocant gradus. Modus diſtinguendi eſt ad hanc faciem. Circulum datum per duas diametros divido in quatuor Quadrantes. Ex his unum Quadrantem divido in partes tres, quarum partium intercapedinem illico transfero in reliquos Quadrantes tres, uno labore. Una harum partium complectitur gradus triginta. Poſtea, viciſſim quamlibet harum partium divido in alias tres partes, quarum quælibet continebit gradus decem, eandemque intercapedinem transfero iterum in reliquos tres Quadrantes, antequam mutatur pedum circini apertura. Tum quamlibet harum partium divido in duas, quarum quælibet complectetur quinque gradus. Cum igitur parva hæc particula in quinque gradus diſpeſcitur, facilè totus circulus dividi poteſt in ſuos gradus.

Num. XCIX.

GEO-

Digitized by Google



Digitized by Google

GEOMETRIÆ THEORETICÆ

PARS ALTERA

Occupata in ſolidis.

PRÆLOQUIUM.

HACTENUS vidimus figuras planas in prima Geometriæ parte. Nunc progredimur ad ſolida, in parte altera, quam Stereometriam appellare vulgariter conſueverunt. In hac parte non ſingula, non omnia exponere animus eſt, quæ ab Euclide in libro undecimo, qui ſolidorum primus eſt, & ſequentibus, ſubtiliſſimè ex profundis ſpeculationibus hauſta docentur & proponuntur. Fundamenta dumtaxat in ſcenam producam, ut ſtudioſi Matheſeos, ac ſecretiora & ſubtiliora aditum, & viam è confragoſa planam inveniant. Dabitur fortaſſean occaſio, & tempus ſubſecivum, ad ſementem feliciorem & uberiorem, quod paucis monere volui.

CAPUT I.

De ſolidis in genere.

I.

Solidum eſt, quod longitudinem, latitudinem & craſſitudinem habet. Alias dicitur corpus, poſſidetque omnes tres dimenſiones. Secus ac linea, quæ ſola longitudine eſt contenta, & ſuperficies, quæ longitudine & latitudine abſolvitur.

II.

Solidi extremum eſt ſuperficies. Quemadmodum linea punctis, ſuperficies lineis, ita corpus ſuperficiebus undique clauditur.

III.

Hedra, ſunt latera circa ſolidum, ſive corpus.

IV.

Angulus ſolidus, eſt, qui pluribus, quam duobus planis angulis, in eodem

plano non conſiſtentibus, ſed ad unum punctum conſtitutis, continetur. Exemplum anguli ſolidi exhibent duo parietes cum pavimento, ad unum punctum concurrentes. In illo enim puncto, in quo coeunt, naſcitur angulus ſolidus ex tribus angulis planis. Ex quo conſequitur, ſi una illarum ſuperficierum tollatur, actutum deſtrui angulum ſolidum, & tantum remanere duas ſuperficies ad invicem inclinatas & hiantes.

CAPUT II.

De Pyramide.

I.

Pyramis eſt figura ſolida, à baſi rectilinea, ad unum aſſurgens punctum. Baſis pyramidis poteſt eſſe triangula, quadrangula, Pentagona, Hexagona, vel quod idem eſt, trium, quatuor, quinque & plurium angulorum. A baſi autem univerſa Pyramis ſuam ſortitur appellationem. Exempli gratiâ. Pyramis, cujus baſis eſt triangula, vocatur Pyramis triangula, cujus baſis eſt quinque angulorum, vocatur pyramis pentagona, & ſic in cæteris. Quia Pyramis à baſi ad unum adſurgit punctum, perſpicuum eſt, omnia plana, ſive omnes ſuperficies, quibus continetur, eſſe triangula. Porro patet, Pyramidem eſſe primum & ſimpliciſſimum corpus, quemadmodum Triangulum prima erat & ſimpliciſſima figura, inter omnes figuras rectilineas. Et quemadmodum omnes figuræ rectilineæ in Triangula, ſic corpora in Pyramides poſſunt reſolvi, quæ ideo pyramidata nominari queunt, quaſi ex Pyramidibus conflata.

II.

Hedra Pyramidis, unitate ſuperant angulos in baſi ejusdem. Clarè dicam, ſi baſis Pyramidis eſt triangula, pyramis obtinet quatuor hedras. Si baſis ejus Pentagona, vel quinque angulorum, pyramis iſta habebit ſex hedras.

III.

Formare Pyramides. Res eſt facilis. Si enim ſuper ſingula cujuslibet trianguli, quadranguli, quinquanguli latera, deſcribantur triangula æquicrura & inter ſe æquealta, quæ decenter complicantur, illicò ſurgent Pyramides Triangula deſcripta, ſuper latera Trianguli A B C.

Triangula deſcripta ſuper lateribus A B C D.

Num. CI.

CAPVT III.

De Priſmate & Parallelepipedo.

I.

P*Riſma eſt figura ſolida, quæ planis continetur, quorum adverſa duo ſunt æqualia, & ſimilia & parallela, alia vero Parallelogramma.* Priſma, nihil aliud eſt, quam columna quædam laterara, æqualis craſſitiei, cujus baſes oppoſitæ, ſunt æquales, ſimiles & parallelæ. Sive hæ baſes ſunt triangulares, quadrangulares, pentagonæ, Hexagonæ, & ita deinceps.

PRISMA.

Cujus oppoſitæ baſes ſunt Triangulares.

Num. CII.

PRISMA

Cujus baſes oppoſitæ ſunt quadrangulares.

Num. CIII.

II.

Formare Priſmata. Supra ſingula Trianguli, Quadranguli, Pentagoni &c. latera deſcribuntur parallelogramma rectangula æquealta, & extremitati unius illorum, additur figura baſis. His ſi decens acceſſerit complicatio, actutum emerget priſma quæſitum.

Num. CIV.

III.

Ad priſma etiam referri poteſt parallelepipedum.

IV.

Parallelepipedum eſt figura ſolida, ſex figuris quadrilateris, quarum quæ ex adverſo, parallelæ ſunt, contenta.

V.

Tot ſunt genera Parallelepipedorum, quot Parallelogrammorum. Si ſex Parallelogramma fuerint æquilatera & rectangula, parallelepipedum ex iis ſurgens, dicitur Cubus. Si ſex parallelogramma fuerint rectangula, at non omnia æquilatera, ſed alterâ parte longiora, quamvis duo ſint æquilatera, vocatur Parallelepipedum alterâ parte longius. Si ſex parallelogramma ſint quidem æquilatera, ſed non omnia Rectangula, quamvis duo ſint Rectangula, dicetur Parallelepi-

Digitized by Google

pedum inde natum, Rhombus. Si ſex Parallelogramma neque omnia fuerint Rectangula, neque omnia æquilatera, quamvis duo ſint rectangula & æquilatera, ad rectangula tantum, vel æquilatera tantum fuerint tamen parallelogramma, quæ ex adverſo, æqualia, Parallelepipedum iſtiuſmodi Rhomboides dicitur.

VI.

Fabricare Cubum. Sed Quadrata æqualia, hac figurâ diſpoſita, & decenter complicata, producunt cubum.

Num. CV.

VII.

Fabricare Parallelepipedum oblongum. Supra ſingula latera Quadranguli rectanguli, ſive ſit quadratum, ſive oblongum, deſcribantur Parallelogramma rectangula oblonga, æquealta, quibus additur quintum, ſimile ſimiliterque ſitum cum priori, hâc formâ, quam figura ſubſtrata exhibet. Num. CVI.

VIII.

Fabricare Rhombum. Sed Rhombi æquales plani, hâc forma diſpoſiti, & decenter complicati, producunt parallelepipedum, quod dicitur Rhombus. Num. CVII.

CAPUT IV.

De quinque Corporibus Platonicis.

I.

HÆc corpora vocantur Platonica, quorum indolem in ſequentibus definitionibus contemplabimur. Propterea, quod Plato, quinque corpora ſimplicia, è quibus Mundus univerſus coagmentatus eſſe creditur, nimirum cœlum, ignem, aërem, aquam terram, hiſce corporibus adſimilat. Magis autem propriè ac Geometricè, appellantur quinque corpora regularia, quod omnia plana, quibus continentur, ſint æqualia & æquiangula.

II.

Quinque iſta corpora hoc ordine ſe invicem ſequuntur. Cubus, Tetraëdrum. Octaëdrum. Dodecaëdrum. Icoſaëdrum.

III.

Cubus, eſt corpus ſub ſex Quadratis æqualibus contentum.

IV.

Tetraëdrum, eſt corpus ſub quatuor Triangulis æqualibus, & æquilateris contentum.

V.

Octaëdrum, eſt corpus ſub octo Triangulis æqualibus & æquilateris contentum.

VI. *Do-*

Digitized by Google

VI.

Dodecaëdrum, eſt corpus, ſub duodecim Pentagonis, æqualibus, æquilateris & æquiangulis contentum.

VII.

Icoſaëdrum, eſt corpus, ſub viginti triangulis æqualibus, & æquilateris contentum.

Horum corporum fabrica, ex ſubjectis Iconiſmis facilè intelligitur.

Num. CVIII.

CAPUT V.

De Sphæra, Cono, & Cylindro.

I.

H*Actenus fuerunt corpora plana, ſequuntur Gibba.*

II.

Inter gibba eminet ſphæra, quæ eſt corpus gibbum, abſolutè globoſum. Hujus corporis extremitas paribus à medio radiis attingitur, quemadmodum eleganter dixit Cicero.

III.

Conus eſt figura ſolida, contenta circulo, & conicâ ſuperficie, quæ inter verticem, & circuli circumferentiam interjicitur. Euclides, ut obiter hoc adnuam, conum rectum dumtaxat deſcripſit: At hæc definitio latior & commodior eſt.

IV.

Cylindrus eſt figura ſolida, quæ circulis æquidiſtantibus, & cylindricâ ſuperficie, inter ipſos interjecta, continetur.

Num. CIX.

Tantum hac vice de corporibus.

DEO OPTIMO MAXIMO
ſit honor & gloria.

F I N I S.

A 01 1462136

Digitized by Google

A01 1462136

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

I. 54.

Digitized by Google

BIB
V
X

Digitized by Google